

Tentamen i Modern Fysik SH1014

08.00-13.00, 2023-01-16, KTH, Stockholm

Examinator/lärare för SH1014: Torbjörn Bäck (073-7650590), Pär Olsson (073-7650538)

Tillåtna hjälpmedel: miniräknare + *Matematics Handbook Beta*

Formelblad delas ut tillsammans med tentamenslydelsen

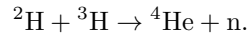
Tentamen består av 8 problem som vardera ger maximalt 5 poäng. För godkänt krävs 20 poäng. Betyget baseras på uppnådd poäng. Betygskriterierna är följande:
A:36-40, B:32-35.5, C:28-31.5, D:24-27.5, E:20-23.5, Fx:18-19.5, F:0-17.5

Motivera dina svar tydligt med uträkningar och text (och bilder när det är lämpligt). Skriv tydligt.

Gör dina egna, rimliga, uppskattningar när det behövs. Det ska framgå tydligt från din text vilka antaganden och uppskattningar du gjort.

Lycka Till!

1. Vid den laserbaserade fusionsanläggningen *National Ignition Facility* i Kalifornien så lyckades forskarna i ett experiment 2022 för första gången generera mer energi i fusionsreaktionen än energin som tillfördes reaktionen. Experimentet fungerar genom att små kulor som innehåller en blandning av tungt och supertungt väte utsätts för extrema tryck och temperaturer med hjälp av fokuserade högeffekt-lasrar. Fusionsreaktionen som används är den s.k. deuterium-tritium-reaktionen, dvs:



- a) Använd tabellerade massor för att beräkna reaktionens Q -värde uttryckt i MeV. [3 p]
b) Beräkna den kinetiska energin (i MeV) som heliumkärnan får. [2 p]
För att förenkla problemet så kan vi här anta att ingen inkommande kinetisk energi krävs för reaktionen.

2. Studenten Emma funderar på excitationer i luftmolekylerna N_2 och O_2 . Hon ställer sig frågan om luftmolekylernas kinetiska energi vid normal rumstemperatur (20°C) är tillräcklig för att excitera molekylerna genom vibration och/eller rotation.

I en tabell på Internet så hittar Emma värden för fjäderkonstanterna för N_2 och O_2 : 2287 N/m respektive 1133 N/m. Hon hittar också följande värden på avståndet mellan de två atomerna i grundtillståndet: 109.8 pm för N_2 och 120.8 pm för O_2 .

Hjälp Emma att utföra följande beräkningar:

- a) Beräkna energin för det exciterade rotationstillståndet med lägst energi över grundtillståndet, dels för N_2 -molekylen, dels för O_2 . [2 p]
b) Beräkna energin för det exciterade vibrationstillståndet med lägst energi över grundtillståndet, dels för N_2 , dels för O_2 . [2 p]
c) Som ett approximativt mått på den energi som molekylerna kan tillföras pga kollisioner i luften så använder Emma standardfaktorn $k_{\text{B}}T$ (där k_{B} är Boltzmanns konstant och T lufttemperaturen i Kelvin). Vilka/vilken av de fyra ovan beräknade excitationerna (om någon) är möjliga vid rumstemperatur? [1 p]

3. En väteatom i tillståndet $\Psi(n, l, m_l, m_s) = \Psi(3, 2, 0, \frac{1}{2})$ de-exciterar till $\Psi(2, 1, 0, \frac{1}{2})$.

- a) Vilken energi (i eV) och våglängd (i nm) får fotonen som sänds ut? [1 p]
b) Bestäm den mest sannolika radien för elektronen i tillståndet $\Psi(2, 1, 0, \frac{1}{2})$. [2 p]
c) Beräkna väntevärdet för radien för samma tillstånd [2 p]

4. Det interstellära objektet 'Oumuamua observerades i vårt solsystem den 19:e oktober 2017. Objektet är långsmalt med en längd på ca 230 m och en diameter på ca 35 m. 'Oumuamua färdades förbi jorden med en hastighet på 26.3 km/s riktat längs dess långa dimension och passerade ca 24 miljoner km från Jorden. Den upptäcktes på grund av den reflekterade solstrålningen.

- a) Vilken våglängd har i allmänhet det mest intensiva ljuset från solen som når jordens atmosfär? [1 p]
b) Hur fort skulle objektet behöva färdas för att vi från Jorden skulle uppfatta den som sfärisk? [2 p]
c) Utgå från våglängden i uppgift (a). Vad kunde vi på Jorden ha uppmätt för våglängd på solljuset efter att det reflekterats mot 'Oumuamuas yta när objektet var långt ifrån oss och på väg nästan rakt *mot* oss [1 p], respektive när den var långt ifrån oss på väg nästan rakt *från* oss? [1 p]

5. I Sverige har vi beslutat att använt kärnbränsle ska slutförvaras permanent i koparkapslar djupt nere i berggrunden. I använt kärnbränsle finns många högaktiva isotoper som fortsätter stråla under mycket lång tid efter att bränslet tagits ur reaktorn. Gammastrålningen från cesium-137 har lyfts fram som intressant att studera vidare eftersom den indirekt, genom spridda elektroner, som sedan växelverkar elastiskt med atomer, skulle kunna orsaka skador på metallerna som ska hålla kapseln tät. Cs-137 emitterar gammastrålning med 662 keV energi. Viss risk för strålskador finns om den kinetiska energin som metallatomerna får överstiger ungefär 30 eV. En relativistisk elektron med energi E_k kan överföra den kinetiska energin T till en atom med massa M i gittret i en helt elastisk växelverkan enligt:

$$T = \frac{2E_k}{Mc^2} (E_k + 2m_e c^2) \sin^2 \frac{\phi}{2},$$

där ϕ är spridningsvinkeln för elektronen i masscentrumsystemet och m_e är elektronmassan. Medelmassan, M , för kopparatomer (isotopmedelvärde) är 63.55 [u].

- Vilka växelverkansmekanismer mellan fotoner och elektroner kan vara relevanta i det här fallet? [1 p]
- Bestäm den maximala energin på de elektroner som Comptonsprids av gammastrålningen [3 p]
- Bestäm hur stor kinetisk energi en Comptonspridd elektron (med ovan beräknade maximala kinetiska energi E_k) i sin tur maximalt kan överföra till en kopparatom i kapseln. [1 p]

6. En partikel med massan m befinner sig i en endimensionell potential, $U(x)$. Partikelns vågfunktion kan skrivas:

$$\psi(x) = \begin{cases} Ax^4 e^{-ax} & \text{för } x > 0 \\ 0 & \text{för } x \leq 0 \end{cases}$$

- Normera vågfunktionen, dvs bestäm konstanten A . [2 p]
- Bestäm potentialen $U(x)$. [2 p]
- Bestäm partikelns energi. [1 p]

7. Forskningsprojektet *Artemis* startade 2022 och leds av KTH. I detta projekt så undersöker man möjligheten att använda underjordiska radonmätningar för att upptäcka kommande jordbävningar flera dagar i förväg. Detta har att göra med att berggrund som innehåller radioaktiva uran- och torium-isotoper och nuklider i dess söndefallskedjor kan frigöra radon i gasform när trycket i berggrunden förändras pga seismisk aktivitet.

En forskare känner till att isotopförhållandet i ett visst geografiskt område mellan de två radium-isotoperna (radium=Ra): ^{226}Ra och ^{228}Ra har ett värde $R_N = 2.5$, dvs: $R_N = N(\text{Ra}228)/N(\text{Ra}226)$. Halveringstiden, $t_{1/2}$, är 1600 år för Ra-226 och 5.75 år för Ra-228.

- Beräkna förhållandet R_A mellan de två aktiviteterna för radium-isotoperna: $R_A = A(\text{Ra}228)/A(\text{Ra}226)$. [1 p]
- Nukliden Ra-226 sönderfaller med alfa-sönderfall. Vilken är dotternukliden (ange både grundämne och masstal) i detta sönderfall? [1 p]

Många olika radioaktiva isotoper populeras i sådana sönderfallskedjor, bland annat flera radon-isotoper. Och eftersom radon är en ädelgas så kan just radon-isotoperna diffundera genom jordlager utan att reagera kemiskt, transporteras naturligt i grundvatten, och även pumpas upp tillsammans med grundvatten.

Anta att de två radon-isotoperna Rn-220 (halveringstid: 3.825 dagar) och Rn-222 (halveringstid: 55.6 sekunder) har samma aktivitet (per vattenvolym) i en viss punkt där de befinner sig i vattnet djupt nere i berggrunden, dvs $A(\text{Rn220}) = A(\text{Rn222})$. Anta vidare att radongasen pumpas upp tillsammans med vattnet med en hastighet av 2.2 m/s. Vid en detektor som är placerad vid jordytan så mäts förhållandet av aktiviteterna i vattnet, dvs: $R_{AA} = A(\text{Rn220})/A(\text{Rn222})$ upp till värdet 0.00813. Vi antar att pumptransporten av de radioaktiva isotoperna sker rakt uppåt.

c) Beräkna djupet under jordytan (i meter) från vilket gasen emitterades. [3 p]

8. Under 1970-talet så började man bygga anläggningar där två accelererade partikelstrålar kolliderade med varandra symmetriskt, dvs så att kollisionens masscentrum sammanföll med labbsystemet. Anledningen var att det då krävs avsevärt mindre kinetisk energi för att skapa nya partiklar. För att illustrera denna skillnad så tar vi i detta problem exemplet med en positron som kolliderar med en elektron.

Vi börjar att betrakta fallet ovan då alltså elektronen och positronen kommer från varsitt håll, var och en med samma kinetiska energi, E_k , och kolliderar symmetriskt i mitten, dvs i masscentrum. Vi väljer nu ett värde på E_k , precis tillräckligt stort för att följande reaktion är möjlig:

$$e^+ + e^- \longrightarrow \tau^- + \tau^+.$$

Tau-partikeln τ^- är liksom elektronen en negativt laddad lepton, men har avsevärt högre massa, se formelbladet. Dess antipartikel τ^+ har positiv laddning men samma massa.

a) Beräkna E_k , uttryckt i enheten eV (med lämpligt storleksprefix). [2 p]

Ovanstående reaktion genomfördes för första gången 1974 med acceleratoren SPEAR i USA. Denna accelerator var byggd med just symmetriskt inkommande strålar som kolliderade enligt ovan.

Vi föreställer oss nu att vi inte har tillgång till en sådan dubbelstråle-accelerator. Istället så använder vi en i labbsystemet stillastående elektrontarget och en inkommande stråle av positroner med den kinetiska energin i labbsystemet, $E_{lab,k}$, precis tillräckligt hög för att reaktionen ovan ska vara möjlig.

b) Beräkna $E_{lab,k}$ [3 p]