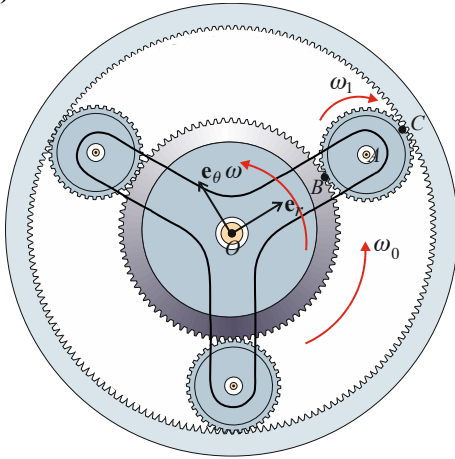


## SG1113-211221 Lösningar

1)



1) Betrakta kontaktpunkten  $B$  mellan det stora och lilla kugghjulet samt lilla hjulets momentancentrum  $C$

$$\mathbf{v}_B = \omega_0 R \mathbf{e}_\theta \quad \text{och} \quad \mathbf{v}_B = \omega_1 2r \mathbf{e}_\theta$$

Vilket ger lilla hjulets vinkelhastighet enligt

$$\omega_1 = -\frac{R}{2r} \omega_0 \mathbf{e}_z$$

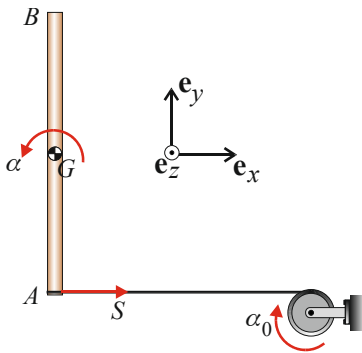
2) Betrakta nu lilla kugghjulets center  $A$  och bestäm dess hastighet

$$\mathbf{v}_A = \mathbf{v}_C + \omega_1 \times \mathbf{r}_{CA} = 0 - \frac{R}{2r} \omega_0 \mathbf{e}_z \times (-r \mathbf{e}_r) = \frac{R \omega_0}{2} \mathbf{e}_\theta$$

3) Bestäm nu planetbärarens vinkelhastighet. Punkten  $A$  är en punkt på planetbäraren och vi får därför

$$\mathbf{v}_A = (R+r) \omega \mathbf{e}_\theta = \frac{R \omega_0}{2} \mathbf{e}_\theta \Rightarrow \mathbf{e}_\theta : \omega = \frac{R}{2(R+r)} \omega_0 \mathbf{e}_z$$

2)



1) Formulera kraft- och momentekvationerna för balken

$$\mathbf{e}_x : m a_{Gx} = S \quad (1)$$

$$\curvearrowleft G : I_G \alpha = \frac{1}{2} S l \quad (2)$$

Momentekvationen ger

$$\frac{1}{12} m l^2 \alpha = \frac{1}{2} S l \Rightarrow \alpha = \frac{6S}{m l} \quad (3)$$

2) Kinematiken ger

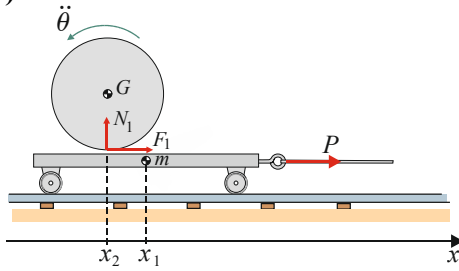
$$\mathbf{a}_A = r \alpha_0 \mathbf{e}_x \quad \text{och} \quad \mathbf{a}_G = \mathbf{a}_A + \alpha \mathbf{e}_z \times \mathbf{r}_{AG} - \underbrace{\omega^2}_{=0} \mathbf{r}_{AG} = r \alpha_0 \mathbf{e}_x + \frac{6S}{m l} \mathbf{e}_z \times \frac{l}{2} \mathbf{e}_y = \left( r \alpha_0 - \frac{3S}{m} \right) \mathbf{e}_x \quad (4)$$

3) Bestäm spännkraften samt accelerationen av änden  $B$ . Insättning av (4) i (1) ger

$$m r \alpha_0 - 3S = S \Rightarrow \underline{\underline{S = \frac{1}{4} m r \alpha_0}}$$

$$\text{Kinematiken ger: } \mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \alpha \mathbf{e}_z \times \mathbf{r}_{AB} - \underbrace{\omega^2}_{=0} \mathbf{r}_{AG} = r \alpha_0 \mathbf{e}_x + \frac{6S}{m l} \mathbf{e}_z \times l \mathbf{e}_y = \left( r \alpha_0 - \frac{6}{4} r \alpha_0 \right) \mathbf{e}_x = \underline{\underline{-\frac{1}{2} r \alpha_0 \mathbf{e}_x}}$$

3)



1) Kinematiken ger  $x_2 = x_1 - R\theta$  (1)

2) Kraftekvationen för hela systemet i x-led:

$$\mathbf{e}_x: m\ddot{x}_1 + m(\ddot{x}_1 - R\ddot{\theta}) = P \quad (2)$$

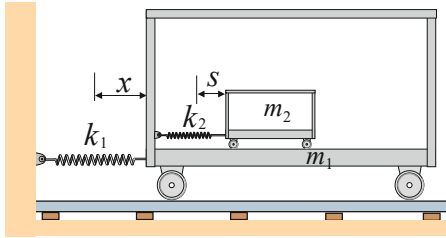
3) Momentekvationen för cylindern på gränsen till glidning ( $F_1 = \mu N_1$ ) ger

$$\curvearrowleft G: \frac{1}{2} m R^2 \ddot{\theta} = F_1 R = \mu m g R \Rightarrow \ddot{\theta} = 2\mu \frac{g}{R} \quad (3)$$

4) Kraftekvationen för vagnen i x-led:  $\mathbf{e}_x: m\ddot{x}_1 = P - \mu m g$  (4)

Insättning av (3) och (4) i (2) slutligen ger:  $2P - 2\mu m g - 2\mu m g = P \Rightarrow \underline{\underline{\mu = \frac{P}{4mg}}}$

4)



1) Inför de generaliserade koordinaterna  $x$  och  $s$  och bestäm  $L = T - V$

$$T = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x} + \dot{s})^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \dot{x}^2 + m_2 \dot{x} \dot{s} + \frac{1}{2} m_2 \dot{s}^2$$

$$V = \frac{1}{2} k_1 x^2 + \frac{1}{2} k_2 s^2$$

$$L = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \dot{x}^2 + m_2 \dot{x} \dot{s} + \frac{1}{2} m_2 \dot{s}^2 - \frac{1}{2} k_1 x^2 - \frac{1}{2} k_2 s^2$$

2) Lagranges ekvationer

$$x: (m_1 + m_2) \ddot{x} + m_2 \ddot{s} + k_1 x = 0$$

$$s: m_2 \ddot{x} + m_2 \ddot{s} + k_2 s = 0$$

Ekvationssystemet är linjärt och egenvärdesekvationen för vinkelfrekvenserna tar formen

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} -\omega^2 (m_1 + m_2) + k_1 & -m_2 \omega^2 \\ -m_2 \omega^2 & -m_2 \omega^2 + k_2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \underline{\underline{\omega^4 - \left[ \frac{k_1}{m_1} + \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right) \frac{k_2}{m_2} \right] \omega^2 + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} = 0}}$$