

SK1104 Klassisk fysik

Lösningsförslag till tentamen

Måndagen den 15 januari, 2024, 14:00-16:30

Del A - 1p per deluppgift

1. a) Jetplanet är en punktkälla, varför ljudet sprids sfäriskt. För en sfärisk våg gäller att intensiteten avtar omvänt proportionellt mot kvadraten på avståndet från källan, dvs $I \propto r^{-2}$. Detta medför att:

$$I_1 = \frac{\text{konst}}{r_1^2} \quad ; \quad I_2 = \frac{\text{konst}}{r_2^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

Vidare har vi enligt definitionen av ljudintensitetsnivå att

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad \Rightarrow \quad I = I_0 \cdot 10^{\beta/10}$$

Tillsammans ger dessa ekvationer att

$$r_2 = r_1 \cdot \sqrt{\frac{10^{\beta_1/10}}{10^{\beta_2/10}}} \quad \Rightarrow \quad r_2 = 20 \cdot \sqrt{\frac{10^{12}}{10^3}} \text{ m} = 63 \text{ mil}$$

b) Linsformeln på den första linsen ger att

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_1} = \frac{1}{f_1} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{10,0 \text{ cm}} + \frac{1}{s'_1} = \frac{1}{9,0 \text{ cm}} \quad \Rightarrow \quad s'_1 = 90 \text{ cm}$$

Bilden från den först linsen hamnar således 90 cm framför denna lins. Eftersom bilden till första linsen utgör objekt till den andra linsen, har vi att objektavståndet till den andra linsen är $(15 - 90) \text{ cm} = -75 \text{ cm}$. Linsformeln på den andra linsen ger att

$$\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1}{f_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{-75 \text{ cm}} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1}{45,0 \text{ cm}} \quad \Rightarrow \quad s'_2 = 28,1 \text{ cm}$$

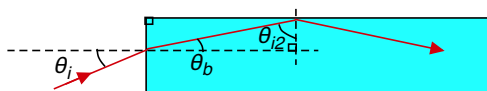
Förstoringen av objektet genom hela linssystemet blir så

$$M = M_1 M_2 = \left(-\frac{s'_1}{s_1} \right) \left(-\frac{s'_2}{s_2} \right) \quad \Rightarrow \quad M = \left(-\frac{90}{10} \right) \left(-\frac{28,1}{-75} \right) = -3,4$$

Förstoringen blir således 3.4 och bilden är omvänd.

c) För att skapa totalreflektion vid reflektionen *inuti* glaset krävs att

$$n_1 \sin \theta_{i2} = n_0 \sin 90^\circ = n_0 \quad \Rightarrow \quad \theta_{i2} = \arcsin \left(\frac{n_0}{n_1} \right)$$



Numeriskt ger detta att

$$\theta_{i2} = \arcsin\left(\frac{1,00}{1,38}\right) = 46,44^\circ$$

Detta betyder i sin tur att brytningsvinkeln

$$\theta_b = 90^\circ - \theta_{i2} \Rightarrow \theta_b = 90^\circ - 46,44^\circ = 43,56^\circ$$

Brytningslagen på första ytan ger slutligen att

$$n_0 \sin \theta_i = n_1 \sin \theta_b \Rightarrow \theta_i = \arcsin\left(\frac{n_1 \sin \theta_b}{n_0}\right)$$

Insättning av värden ger slutligen att

$$\theta_i = \arcsin\left(\frac{1,38 \cdot \sin 43,56^\circ}{1,00}\right) = 72,0^\circ$$

Del B - 4p per uppgift

2. a) En periodiskt varierande ljudnivå måste i detta fallet betyda att vi har en svävning där två olika frekvenser överlagras på varandra. Svävningsfrekvensen f_b ges av att

$$f_b = |f_1 - f_2| = \frac{1}{T_b} \Rightarrow |f_1 - f_2| = \frac{1}{2,5} \text{ Hz} = 0,4 \text{ Hz}$$

b) Eftersom åhöraren befinner sig lika långt från vardera högtalaren, kommer förhållandet i intensiteter mellan de båda högtalarna hos åhöraren att vara direkt proportionellt mot förhållandet i intensiteter vid utsändandet. Det räcker således att beräkna förhållandet mellan intensiteterna hos åhöraren. Om vi låter intensiteten hos den ena högtalaren vara I_1 och intensiteten hos den andra högtalaren vara I_2 . Låt dessutom den högsta intensiteten vara $I_{\max}$ och den lägsta intensiteten vara $I_{\min}$. Vid interferens adderas amplituderna enligt följande formel

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Phi \Rightarrow I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \cos \Phi$$

Detta betyder att den högsta ($\Phi = 0$) och den lägsta ($\Phi = \pi$) intensiteten blir

$$I_{\max} = \left(\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2}\right)^2 \quad ; \quad I_{\min} = \left(\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2}\right)^2$$

Med valet av intensiteter så att $I_1 > I_2$, får vi att de uppmätta ljudintensitetsnivåerna blir

$$\beta_{\max} = 10 \log \frac{I_{\max}}{I_0} = 10 \log \frac{(\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2}{I_0}$$

$$\beta_{\min} = 10 \log \frac{I_{\min}}{I_0} = 10 \log \frac{(\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2}{I_0}$$

Skillnaden mellan dessa båda värden är

$$\beta_{\max} - \beta_{\min} = 20 \log \left(\frac{\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2}}{\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2}} \right) = 80 - 72 \text{ dB} = 8 \text{ dB}$$

Omskrivningar ger nu att

$$\frac{\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2}}{\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2}} = 10^{0,4} \Rightarrow \frac{\sqrt{I_1}}{\sqrt{I_2}} = \frac{10^{0,4} + 1}{10^{0,4} - 1} = 2,3 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = 5,4$$

3. Vi börjar med att betrakta ögat utan glasögon. När personen betraktar ett objekt på långt avstånd $s = \infty$, hamnar bilden 2.5 mm framför näthinnan, vilken i sin tur befinner sig 25 mm bakom ögats lins. Detta betyder att bilden av ett avlägset objekt hamnar på avståndet $s' = (25 - 2,5) \text{ mm} = 22,5 \text{ mm}$ bakom ögats lins. Linsformeln ger att

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{\infty} + \frac{1}{22,5 \text{ mm}} = \frac{1}{f_o} \Rightarrow f_o = 22,5 \text{ mm}$$

Vi betraktar nu fallet med glasögon och öga. Ljuset från det avlägsna objektet träffar nu först glasögonen och linsformeln för glasögonen ger att

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_1} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{\infty} + \frac{1}{s'_1} = \frac{1}{f_g} \Rightarrow f_g = s'_1$$

Bilden från glasögonen utgör nu objekt till ögats lins. Eftersom avståndet mellan glasögonen och ögats lins är angivet till $d = 14 \text{ mm}$ i uppgiften, har vi att avståndet från objektet till ögats lins är $s_2 = d - f_g$. Vidare ska glasögonen korrigera så att bilden hamnar på näthinnan, dvs vi måste kräva att bilden ska hamna på avståndet $s'_2 = 25 \text{ mm}$ bakom ögats lins. Linsformeln på ögats lins ger att

$$\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1}{f_o} \Rightarrow \frac{1}{14 \text{ mm} - f_g} + \frac{1}{25} = \frac{1}{22,5} \Rightarrow f_g = -211 \text{ mm}$$

Fokallavståndet på linsen ska därför väljas till -211 mm .

4. Ur figuren kan vi utläsa att reflektansen från den glansiga delen av smörblomman har tydliga maximum respektive minimum vid följande våglängder (det ser även ut att kunna finnas maximum och minimum vid kortare våglängder, med dessa är inte så tydliga att de går att avläsa). Osäkerheten i avläsningarna uppskattas vara $\pm 5 \text{ nm}$.

Minimum (nm)	Maximum (nm)
785	750
710	690
660	635
615	590
570	555
540	525

Eftersom vi har ett tunt genomskinligt cellager överst på kronbladen, är det rimligt att anta glansigheten uppkommer via interferens i detta skikt. Låt skiktets

tjocklek vara d och dess brytningsindex $n = 1,4$ är givet i uppgiften. Eftersom vi har vinkelrätt infallande ljus, blir den optiska vägskillnaden mellan direktreflekterat ljus mot skiktet och det ljus som reflekteras mot den undre delen av skiktet.

$$\Delta L = 2nd$$

I vårt fall sker det ett fasskift vid den övre ytan, men vi vet inte vad som sker vid den under ytan eftersom brytningsindex för det underliggande skiktet är okänt. Vi kan dock komma runt detta problem genom att betrakta båda extremvärdena (*maximum och minimum*) samtidigt, eftersom vi vet att fasskillnaden mellan ett maximum och ett närliggande minimum är π radianer. Eftersom ett fasskift också ger upphov till en fasskillnad på π radianer, kommer vi inte märka av detta fasskift i analysen av data som innehåller både maximum och minimum. Villkoret för att få *antingen* ett maximum eller ett minimum vid interferens i tunna skikt kan skrivas

$$\Delta\Phi = k \cdot \Delta L = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2nd = m \cdot \pi \quad \Rightarrow \quad 4nd = m \cdot \lambda = \text{konstant}$$

där m är ett heltal. Vi behöver således bestämma vilket värde på m som ska användas för vilken våglängd λ i figuren. För två olika våglängder har vi således att

$$m_1 \lambda_1 = m_2 \lambda_2$$

Frö att bestämma m_i utnyttjar vi det faktum att skillnaden ett maximum och ett närliggande minimum i data motsvarar en skillnad på $\Delta m = 1$ enligt definitionen av m ovan. Om vi betraktar den största våglängden med ett tydligt minimum ($\lambda_1 = 785$ nm) och den lägsta våglängden med ett tydligt maximum ($\lambda_2 = 520$ nm), kan vi räkna till totalt 11 maximum eller minimum mellan dessa extrempunkter. Detta betyder att $\Delta m = 11$, och således att $m_2 = m_1 + 11$. Insättning i ekvationen ovan ger då att

$$m_1 \cdot \lambda_1 = (m_1 + 11) \cdot \lambda_2 \quad \Rightarrow \quad m_1 = \frac{11 \cdot \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \quad \Rightarrow \quad m_1 = \frac{11 \cdot 525}{785 - 525} = 22,2$$

Eftersom m måste vara ett heltal, är det med tanke på osäkerheten i avläsningarna rimligt att sätta $m_1 = 22$. Kontrollera detta genom att räkna ut tjockleken d för alla extremvärdena vi i ekvationen

$$d = \frac{m \cdot \lambda}{4n}$$

$\lambda_{\min}$ (nm)	m	d (μm)	$\lambda_{\max}$ (nm)	m	d (μm)
785	22	3.08	750	23	3.08
710	24	3.04	690	25	3.08
660	26	3.06	635	27	3.06
615	28	3.07	590	29	3.06
570	30	3.05	555	31	3.07
540	32	3.09	525	33	3.09

Värdena är väldigt konsistenta och medelvärdet av tjockleken blir $3,07 \mu\text{m}$.