

SK1104 Klassisk fysik

Lösningsförslag till tentamen

Fredagen den 22 april, 2022, 08:00-10:30

Del A - 1p per deluppgift

1. a) Följande två påståenden är korrekta (0,5p för varje rätt svar och -0,5p för varje felaktigt svar)

2. Utbredningsfarten är större än 3 m/s.

3. Våglängden är ca 8 m.

b) Ljudet från planet sprids sfäriskt, varför det gäller att den utsända effekten

$$P = I_1 \cdot 4\pi r_1^2 = I_2 \cdot 4\pi r_2^2 \Rightarrow I_2 = \frac{r_1^2}{r_2^2} \cdot I_1$$

vilket betyder att ljudintensitetsnivån på avståndet 250 m blir

$$\beta_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} = 10 \log \left(\frac{I_1}{I_0} \cdot \frac{r_1^2}{r_2^2} \right) \Rightarrow \beta_2 = 130 + 20 \log \frac{30}{250} \text{ dB} = 112 \text{ dB}$$

c) Det reflekterade ljuset blir linjärpolariserat när det faller in under polarisationsvinkeln (Brewstervinkeln), vilket ger att

$$\tan \theta_i = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \theta_i = \arctan \left(\frac{2,67}{1,00} \right) = 69,47^\circ$$

Del B - 4p per uppgift

2. Börja med att beräkna infallsvinklarna mot den plana ytan i båda fallen, vilka blir

$$\text{glas - luft: } \theta_{i1} = 90^\circ - 48,9^\circ = 41,1^\circ$$

$$\text{glas - vätska: } \theta_{i2} = 90^\circ - 22,0^\circ = 68,0^\circ$$

Vid totalreflektion mot den plana ytan gäller att

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin 90^\circ = n_2$$

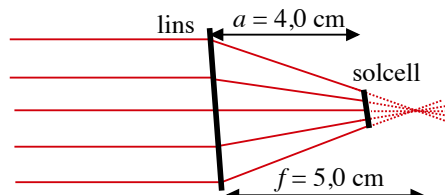
vilket ger oss två ekvationer (en för vardera experimentet)

$$n_g \sin \theta_{i1} = n_{luft} = 1,00 \quad \text{och} \quad n_g \sin \theta_{i2} = n_v$$

Divideras de båda ekvationerna med varandra, får vi att

$$\frac{\sin \theta_{i2}}{\sin \theta_{i1}} = \frac{n_v}{1,00} \Rightarrow n_2 = \frac{\sin 68,0^\circ}{\sin 41,1^\circ} = 1,41$$

3. Solen befinner sig långt från Jorden, så vi kan betrakta solens infallande strålar som parallella. Dessa strålar faller in vinkelrätt mot linsen, eftersom linsen enligt uppgiften har sin främre yta riktad mot solen. Strålarna fokuseras då i fokalpunkten $f = 5,0$ cm och vi får följande figur.



Om vi låter solcellens diameter vara d , får vi att linsens diameter D kan beräknas med hjälp av likformiga trianglar

$$\frac{D/2}{f} = \frac{d/2}{f-a} \Rightarrow D = \frac{f}{f-a} d \Rightarrow D = \frac{5,0}{5,0-4,0} \cdot 0,5 \text{ cm} = 2,5 \text{ cm}$$

Eftersom energi (och effekt) bevaras, gäller att den intensitet I_s som träffar solcellen är relaterad till den intensitet I_1 som passerar linsen och vi har att

$$I_1 \cdot \frac{\pi D^2}{4} = I_s \cdot \frac{\pi d^2}{4} \Rightarrow I_1 = \frac{d^2}{D^2} \cdot I_s \Rightarrow I_1 = \frac{I_s}{25} \text{ Wm}^{-2}$$

En viss del av den infallande intensiteten går dock förlorad i linsen, vilken har två ytor (en främre yta och en bakre yta). Eftersom infallande strålar är parallella, kan vi approximera reflektionen i vardera ytan via reflektionskoefficienten

$$R = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 \quad \text{sam} \quad I_1 = (1 - R)^2 \cdot I_0 \Rightarrow I_0 = \frac{I_1}{(1 - R)^2}$$

där $n_2 = 1,44$ är brytningsindex för plexiglas och $n_1 = 1,00$ är brytningsindex för luft. Insättning av värden ger att

$$I_0 = \frac{3650/25}{\left(1 - \left(\frac{1,44 - 1,00}{1,44 + 1,00} \right)^2 \right)^2} \text{ W/m}^2 = 156 \text{ Wm}^{-2}$$

4. Vi hade förväntat oss att få en stående våg mellan de båda högtalarna, men eftersom intensiteten ändras med tiden i en fix punkt mellan dem, måste det finnas en svävning vilken uppkommer om det finns en liten skillnad i frekvens mellan de båda signalerna som sänds ut från de båda tongeneratorerna. För att kolla rimligheten i detta antagande (vilket inte krävdes i uppgiften, men kan vara bra att göra ändå), räknar vi ut hur stor frekvensskillnaden mellan signalerna i en svävning skulle vara i det här fallet. Eftersom det tar 12,0 s från att ett minsta värde avläses till att ett största värde avläses, blir svävningstiden (från ett max till nästa max) $T_s = 24,0$ s. Detta betyder då att svävningfrekvensen

$$f_s = |f_1 - f_2| = \frac{1}{24} \text{ Hz} = 42 \text{ mHz}$$

Detta är mindre än den osäkerhet i frekvens som finns på de signaler som sänds ut från tongeneratorerna ($\pm 0,05$ Hz), vilket visar att det är rimligt att anta att det kan finnas en liten frekvensskillnad mellan signalerna.

Eftersom fasskillnaden mellan vågorna nu ändras med tiden (den ena vågen svänger snabbare än den andra), blir det ett maximum i intensiteten när tryckamplituderna interfererar konstruktivt ($p_{max} = p_1 + p_2$) och ett minimum i intensiteten när de interfererar destruktivt ($p_{min} = p_1 - p_2$). Enligt definitionen av ljudintensitetsnivå (effektivvärden) har vi att

$$\beta_{max} = 10 \log \left(\frac{I_{max}}{I_0} \right) = 10 \log \left(\frac{p_{max}^2}{|Z| I_0} \right) = 10 \log \left(\frac{(p_1 + p_2)^2}{|Z| I_0} \right)$$

$$\beta_{min} = 10 \log \left(\frac{I_{min}}{I_0} \right) = 10 \log \left(\frac{p_{min}^2}{|Z| I_0} \right) = 10 \log \left(\frac{(p_1 - p_2)^2}{|Z| I_0} \right)$$

Genom att ta skillnaden mellan dessa båda ljudintensitetsnivåer får vi

$$\begin{aligned} \beta_{max} - \beta_{min} &= 10 \log \left(\frac{p_1 + p_2}{p_1 - p_2} \right)^2 = 20 \log \left(\frac{p_1 + p_2}{p_1 - p_2} \right) \\ \Rightarrow 95 - 75 &= 20 = 20 \log \left(\frac{p_1 + p_2}{p_1 - p_2} \right) \Rightarrow \frac{p_1 + p_2}{p_1 - p_2} = 10 \\ \Rightarrow p_1 + p_2 &= 10p_1 - 10p_2 \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{11}{9} \approx 1,22 \end{aligned}$$

Eftersom högtalarna matas med samma spänning, borde de sända ut ungefär samma effekt. Därför kan vi anta att $p_1 = 1,22p_2$ kommer från den högtalare som befinner sig 35 m bort och p_2 kommer från den högtalare som befinner sig 45 m bort. Insättning av $p_1 = 1,22p_2$ i tidigare ekvationer ger att

$$\beta_{max} = 10 \log \left(\frac{(1,22p_2 + p_2)^2}{|Z| I_0} \right) \Rightarrow p_2 = \sqrt{\frac{|Z| I_0 \cdot 10^{\beta_{max}/10}}{2,22^2}}$$

samt

$$p_1 = 1,22p_2 \Rightarrow p_1 = 1,22 \cdot \sqrt{\frac{|Z| I_0 \cdot 10^{\beta_{max}/10}}{2,22^2}}$$

Eftersom uppmätta ljudintensitetsnivåer utgörs av effektivvärden kan den ut-sända effekten nu beräknas enligt

$$P_i = I_i \cdot 2\pi r_i^2 = \frac{p_i^2}{|Z|} \cdot 2\pi r_i^2$$

där vi har använt det rimliga antagandet om halvfärisk ljudutbredning ut från högtalaren. Denna ekvation medför också att vi inte explicit behöver räkna fram $Z = \rho v$ i uppgiften och vi får numeriskt att

$$P_1 = \frac{1,22^2 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{95/10}}{2,22^2} \cdot 2\pi \cdot 35^2 \text{ W} = 7,4 \text{ W}$$

$$P_2 = \frac{10^{-12} \cdot 10^{95/10}}{2,22^2} \cdot 2\pi \cdot 45^2 \text{ W} = 8,2 \text{ W}$$