

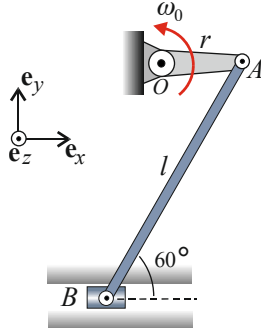
Tentamen i SG1113 Mekanik, fortsättningskurskurs

Obs! Inga hjälpmedel förutom skrivdon: papper, penna, linjaler, passare. Varje uppgift ger högst 6 poäng.

Problem (TEN B)

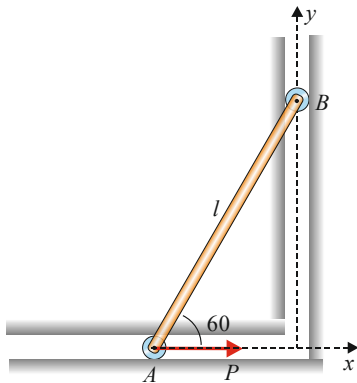
Lycka till!

1)



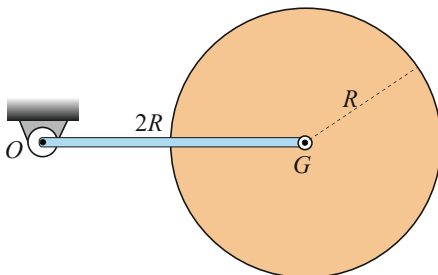
Armen OA med längden r roterar med en konstant vinkelhastighet ω_0 kring den fixa änden O enligt figuren. Den andra änden A , är länkad med en hävstång AB med längden l . Änden B av hävstången driver en kolv som kan glida i en horisontell cylinder. Bestäm kolvens acceleration $\mathbf{a}_B$ i ögonblicket då OA är horisontell och AB bildar vinkeln 60° med horisontalriktningen.

2)



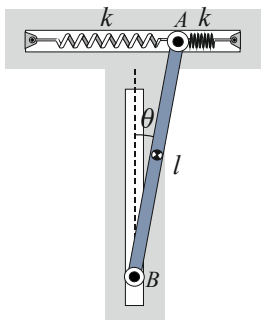
Betrakta en homogen stång med massan m och längden l . Stången har två små lätta hjul i ändarna A och B som gör att den kan röra sig med försumbar friktion längs ett horisontellt och vertikalt spår i vertikalplanet. Stången befinner sig i vila och bildar vinkeln 60° med horisontella riktningen då en horisontell kraft P appliceras i A . Bestäm till belopp och riktning stångens vinkelacceleration α i detta ögonblick.

3)



En lätt stång OG med längden $2R$ kan rotera fritt i vertikalplanet kring en horisontell axel genom O . Stångens andra ände G är fäst i masscentrum på en homogen cirkulär skiva med massan m och radien R . Systemet släpps från vila då stången är horisontell. Betrakta två fall: 1) Skivan kan rotera fritt kring G . 2) Skivan är låst till stången i G . Bestäm farten v_G av skivans masscentrum G då stången är vertikal i dessa två fall.

4)



En homogen stång AB med massan m och längden l kan röra sig friktionsfritt i ett vertikalplan enligt figuren. Änden A av stången är fäst i en två lätta fjädrar vardera med fjäderkonstanten k . Fjädrarna är ospända då stången är vertikal. Uppställ rörelsekvationen för stången, linearisera denna samt bestäm perioden τ för små svängningar kring jämviktsläget.

Teori (TEN A)

5) a. Koordinatsystemet S' rör sig i förhållande till ett fixt system S . Utgå ifrån sambandet mellan en vektors absoluta och relativa tidsderivata och härled sambandet mellan en partikels hastighet relativt S och S' samt sambandet mellan dess acceleration relativt S och S' . (2p)

b. Utgå från kraftekvationen i S och härled kraftekvationen i ett accelererande koordinatsystem S' . Sambandet mellan accelerationerna i S och S' behöver inte härledas. (2p)

c. Definiera vad som menas med momentancentrum C och visa (med alla nödvändiga motiveringar) att det alltid existerar vid en stel kropps plana rörelse med $\boldsymbol{\omega} \neq \mathbf{0}$. (2p)

6) a. Betrakta tre koordinatsystem S_0, S_1 och S_2 , inför nödvändiga vinkelhastigheter och definiera nödvändiga vinkelaccelerationer. Utgå från additionsformeln för vinkelhastigheter och härled additionsformeln för vinkelaccelerationerna: $\boldsymbol{a}_{2,0} = \boldsymbol{a}_{2,1} + \boldsymbol{a}_{1,0} + \boldsymbol{\omega}_{1,0} \times \boldsymbol{\omega}_{2,1}$. (2p)

b. Betrakta ett partikelsystem, definiera ett masscentrumsystem och härled uttrycket för kinetiska energins T två delar. (2p)

c. Visa att de inre krafternas arbete i ett stelt partikelsystem är noll. (2p)

7) a. Härled (med alla nödvändiga motiveringar) parallellförflyttningssatsen för tröghetsprodukten I_{xy} . (2p)

b. Betrakta en stel kropp som roterar kring en fix punkt O och härled uttrycket för kroppens rörelsemängdsmoment med avseende på den fixa punkten $\mathbf{H}_O$ på matrisform. (2p)

c. Betrakta en stel kropp som roterar kring en fix punkt, inför och beskriv ett i denna situation lämpligt koordinatsystem och härled med alla nödvändiga motiveringar Eulers dynamiska ekvationer. (2p)

8) a. Härled uttrycket för variationen δI av funktionalen $I = \int_{x_1}^{x_2} f(x, y(x), y'(x)) dx$ och förklara dess matematiska innebörd genom jämförelsen med differentialen dy av en vanlig funktion $y = y(x)$. (2p)

b. Rita en figur och formulera Hamiltons variationsprincip. (2p)

c. Härled med alla nödvändiga motiveringar Lagranges ekvationer från Hamiltons variationsprincip. (2p)