

Tentamen i Hållfasthetslära grundkurs med energimetoder (SE1055), 23 augusti, 2019, 8.00-13.00

Resultat finns på Mina Sidor senast den 20 september, 2019.

Hjälpmedel: Formelsamling i hållfasthetslära, matematisk handbok och räknedosa.

Examinator: Peter Gudmundson, 076 213 2254

OBS! Skriv endast på en sida av bladen.

Skriv tydligt namn, program och personnummer på varje blad.

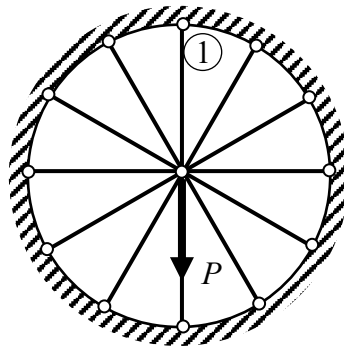
Rita gärna figurer i färg men ej med rödpenna.

Exakt metod ska användas för lösning om inte annat anges i uppgiften

Betygsgränser: F: 0 - 11; FX: 12 - 13; E: 14 - 17; D: 18 - 21; C: 22 - 24; B: 25 - 28;

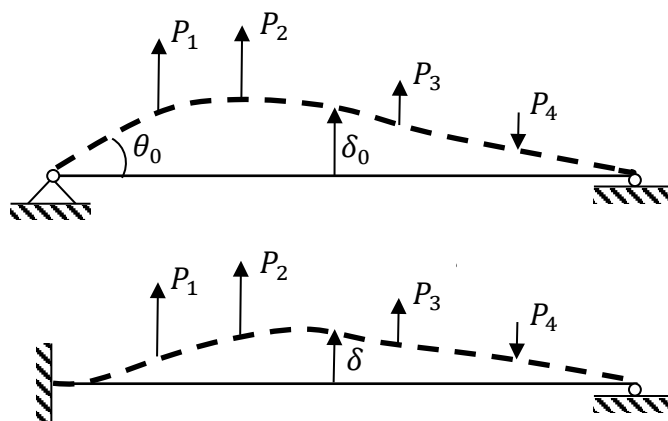
A: 29 - 40. FX = möjlig komplettering till E. Maximum 4 bonuspoäng.

1. Tolv stänger med längden L och dragstyvheten EA belastas med en kraft P i centrum enligt figur. Stängerna är jämnt fördelade utesluter omkretsen på cirkeln och ledats insända i centrum och på periferin. Beräkna normalkraften i den översta vertikala stäng 1. (6p)

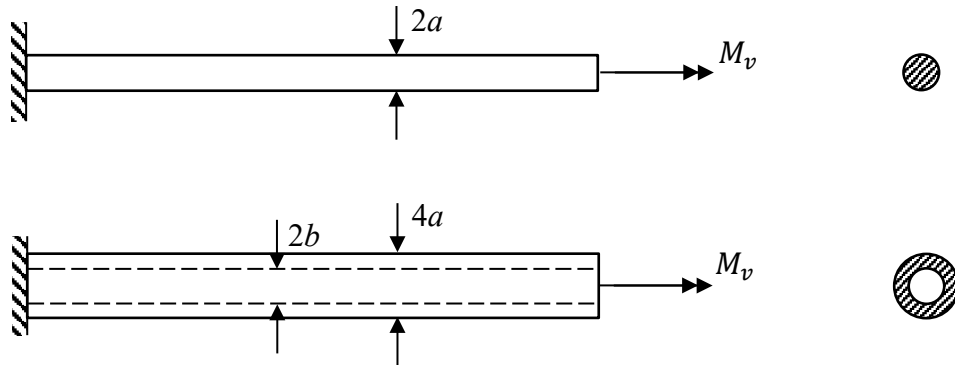


2. En fritt upplagd balk med längden L och böjstyvheten EI belastas av yttre krafter P_1, P_2, P_3, P_4 . Vinkeln för det vänstra stödet och utböjningen på mitten av balken uppmäts till θ_0 respektive δ_0 , se figur. Hur stor blir utböjningen δ på mitten av balken om i stället den vänstra delen på balken är fast inspänd? (6p)

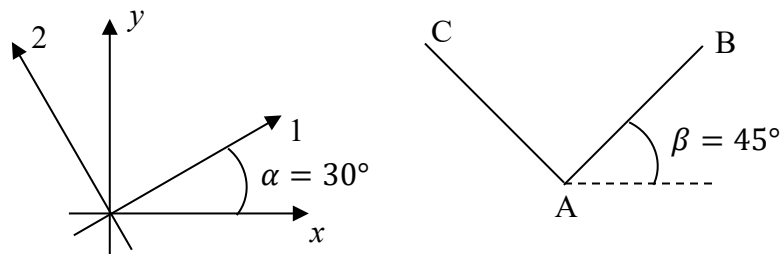
Ledning: Använd superposition.



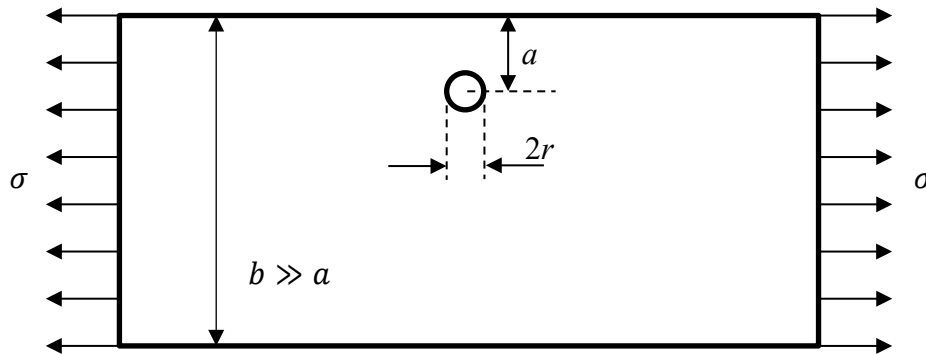
3. En axel med cirkulärt homogent tvärsnitt (radie a) och längden L belastas med ett vridande moment M_v . För att minska på vikten undersöks i stället ett ihåligt tvärsnitt med ytterradien $2a$ och innerradien b . Beräkna den procentuella viktnedskningen under förutsättning att den maximala skjuvspänningen är lika stor i de två fallen. (6p)



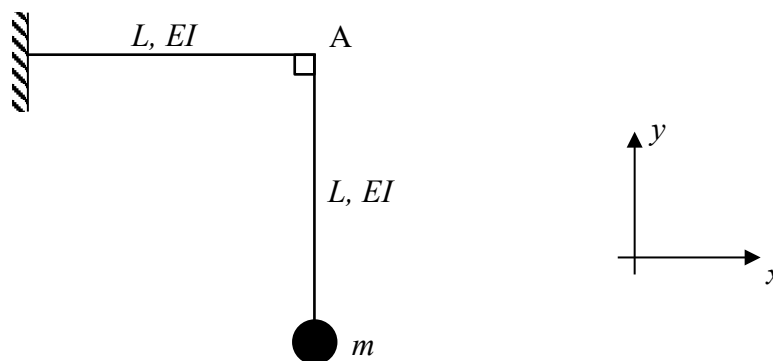
4. Huvudtöjningarna $\varepsilon_1 = 1,0 \cdot 10^{-3}$ och $\varepsilon_2 = 3,0 \cdot 10^{-3}$ har mätts upp i x, y -planet. Motsvarande huvudtöjningsriktningar ges av vinkeln $\alpha = 30^\circ$, se figur. I den obelastade kroppen ritas två vinkelräta linjer AB och AC, se figur. Vinkeln mellan AB och x -axeln ges av $\beta = 45^\circ$ i obelastat tillstånd. Beräkna minskningen av den ursprungliga räta vinkeln mellan AB och AC efter att deformationen $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ har lagts på. (6p)



5. En stor, tunn stålplåt med brottgränsen $R_m = 1000$ MPa utsätts för utmattningsbelastning. I plåten finns ett cirkulärt hål med radien $r = 1$ mm på avståndet $a = 10$ mm från kanten på plåten, se figur. Ytfinheten ges av medelytavvikelsen $R_a = 10 \mu\text{m}$. Experiment har visat att utmattningsbrott inte uppträder. Man vill öka radien på hålet till $r = 4$ mm. För att undvika utmattningsbrott ges hålet en bättre ytfinhet med en medelytavvikelse på $R_a = 1 \mu\text{m}$. Är detta tillräckligt för att vara säker på att utmattning kan undvikas. Motivering i form av en analys krävs för att få poäng på uppgiften. (6p)



6. Beräkna den lägsta egenvinkelfrekvensen för svängningar av massan m i x, y -planet, se figur. De två masslösa balkarna har vardera längden L och böjstyvheten EI . Vinkeln mellan balkarna i punkten A är 90° . Axiella förlängningar av balkarna försummas (enbart böj deformation). (6p)



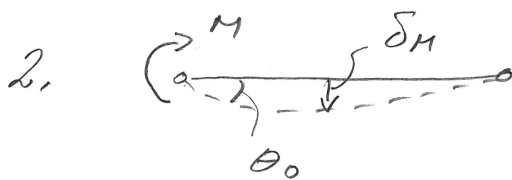
Förslag till lösningar, tentamen 2019-08-23



$$N_\varphi = \frac{EA}{L} \delta \cos \varphi$$

$$P = \sum_{\varphi} N_\varphi \cos \varphi = \frac{EA}{L} \delta \left[2 + 4 \cos^2\left(\frac{\pi}{6}\right) + 4 \cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right) \right] =$$

$$= \frac{6EA}{L} \delta ; \delta = \frac{1}{6} \frac{PL}{EA} ; N_1 = \frac{EA}{L} \delta = \frac{P}{6}$$



FS Tab 31.2.5 $\Rightarrow$

$$\theta_0 = \frac{ML}{3EI} ; M = \frac{3EI\theta_0}{L}$$

$$\delta_M = \frac{L^2}{6EI} M (2\xi - 3\xi^2 + \xi^3) = \left\{ \xi = \frac{1}{2} \right\} = \frac{3}{16} \theta_0 L$$

$$\Rightarrow \delta = \delta_0 - \delta_M = \delta_0 - \frac{3}{16} \theta_0 L$$

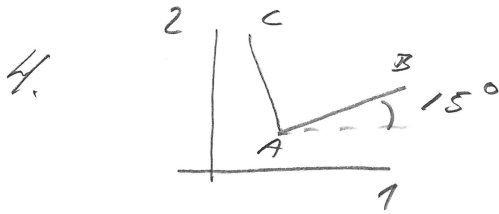
3. $\varepsilon_{max} = \frac{M_v}{W_v} \Rightarrow W_{v1} = W_{v2}$

FS 6.78 $\Rightarrow W_{v1} = \frac{\pi a^3}{2} ; W_{v2} = \frac{\pi}{4a} (16a^4 - b^4)$

$$\Rightarrow \frac{\pi a^3}{2} = \frac{\pi}{4a} (16a^4 - b^4) \Rightarrow \left(\frac{b}{a}\right) = (14)^{1/4}$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{\pi(4a^2 - b^2)}{\pi a^2} = 4 - \left(\frac{b}{a}\right)^2 = 4 - \sqrt{14} = 0.26$$

$$\Rightarrow \underline{74\% \text{ viktminskning}}$$



FS 2.22 $\Rightarrow$

$$\delta(15^\circ) = (\epsilon_2 - \epsilon_1) \sin(30^\circ) = \frac{1}{2} (\epsilon_2 - \epsilon_1) = 1.0 \cdot 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \text{Minuskning av vinkel} = \underline{\underline{1.0 \cdot 10^{-3} \text{ rad}}}$$

5. FS p. 293 $\Rightarrow$ Reduktionsfaktor, $R = \frac{1}{K_f K_d K_r}$

$\lambda = 1$ (gj.gj. kun produkt)

$K_d = 1$ (anvendelse præs)

$K_f = 1 + q(K_t - 1)$ (FS. p. 295)

q udl. FS Fig. 25.9

K_t udl. FS Tab. 32.3

K_r udl. FS Fig. 25.12

$r = 1 \text{ mm}$

$$K_t = 3.03 ; q = 0.83 ; \frac{1}{K_r} = 0.65$$

$$\Rightarrow R_1 = \frac{0.65}{1 + 0.83(3.03 - 1)} = 0.24$$

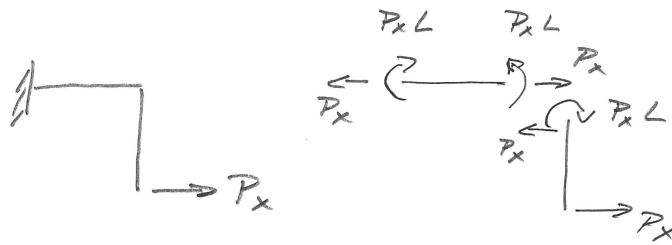
$r = 4 \text{ mm}$

$$K_t = 3.4 ; q = 0.92 ; \frac{1}{K_r} = 0.86$$

$$\Rightarrow R_4 = \frac{0.86}{1 + 0.92(3.4 - 1)} = 0.27$$

$R_4 > R_1 \Rightarrow$ Utvælgelse mindre

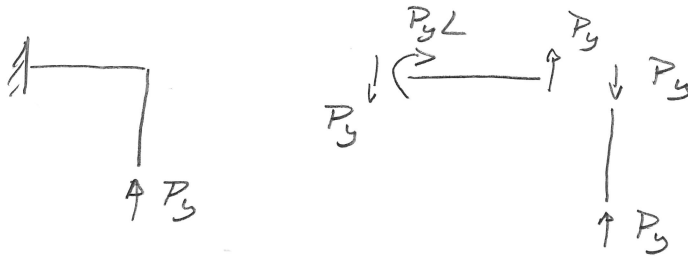
6.

FS T46.31.2.5 $\Rightarrow$

$$\theta_1 = \theta_2 = \frac{P_x L^2}{2EI} ; \theta_3 = \frac{P_x L^2}{EI} ; \theta_4 = \frac{P_x L^2}{3EI}$$

$$\Rightarrow \delta_x = (\theta_3 + \theta_4)L = \frac{4}{3} \frac{P_x L^3}{EI} ; \delta_y = \theta_1 \cdot L = \frac{P_x L^3}{2EI}$$

$$\Rightarrow \alpha_{11} = \frac{4}{3} \frac{L^3}{EI} ; \alpha_{21} = \frac{1}{2} \frac{L^3}{EI}$$



$$\Rightarrow \theta_1 = \frac{P_y L^2}{3EI} ; \theta_2 = \frac{P_y L^2}{6EI} ; \theta_3 = \frac{P_y L^2}{2EI} ; \theta_4 = 0$$

$$\Rightarrow \delta_x = (\theta_3 + \theta_4)L = \frac{P_y L^3}{2EI} ; \delta_y = \theta_1 \cdot L = \frac{P_y L^3}{3EI}$$

$$\Rightarrow \alpha_{12} = \frac{L^3}{2EI} ; \alpha_{22} = \frac{L^3}{3EI}$$

$$\begin{aligned} \text{FS 11.22} \Rightarrow \frac{2}{\omega_{1,2}} &= (\alpha_{11} + \alpha_{22})m + [(\alpha_{11} - \alpha_{22})^2 + 4\alpha_{12}^2]^{\frac{1}{2}} m \\ &= \frac{m L^3}{EI} \left[\frac{5}{3} + \left[1 + 4 \cdot \frac{1}{4} \right]^{\frac{1}{2}} \right] = \\ &= \frac{m L^3}{EI} \left[\frac{5}{3} + \sqrt{2} \right] \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{EI}{m L^3}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\left[\frac{5}{3} + \sqrt{2} \right]^{\frac{1}{2}}} = 0.81 \sqrt{\frac{EI}{m L^3}}$$