

Tentamen i Modern Fysik (SH1014 och SH1012)

08.00-13.00, 2022-01-10, KTH, Stockholm

Examinator/lärare för SH1014: Torbjörn Bäck (073-7650590), Pär Olsson (073-7650538)

Examinator för SH1012: Ayse Nyberg (0704-672377)

Tillåtna hjälpmedel: miniräknare + *Matematics Handbook Beta*

Formelblad delas ut vid tentamen

Tentamen består av 8 problem som vardera ger maximalt 5 poäng. För godkänt krävs 20 poäng. Betyget baseras på uppnådd poäng. Betygskriterierna är följande:

A:36-40, B:32-35.5, C:28-31.5, D:24-27.5, E:20-23.5, Fx:18-19.5, F:0-17.5

Motivera dina svar tydligt med uträkningar och text (och bilder när det är lämpligt). Skriv tydligt.

Gör dina egna, rimliga, uppskattningar när det behövs. Det ska framgå tydligt från din text vilka antaganden och uppskattningar du gjort.

Lycka Till!

1. En övergång som ofta används inom astronomin är den så kallade H-alfa-övergången i väte som uppkommer då atomerna de-exciterar från $n=3$ till $n=2$.

a) Beräkna våglängden för fotoner som sänds ut av denna övergång. [1 p].

När man på jorden observerar H-alfa-övergången i ljus som kommer från galaxen NGC 4151, eller *Saurons öga* som den populärt kallas, så uppmäts dess våglängd till 658 nm.

b) Vad har *Saurons öga* för hastighet relativt jorden? [2 p].

c) Hur fort skulle en avlägsen galax behöva färdas för att H-alfa-övergången inte längre skulle vara observerbar på jorden i det synliga spektrumet (anta en rimlig gräns)? [2 p]

2. En partikel med massan m befinner sig i en endimensionell potential, $U(x)$. Partikelns vågfunktion kan skrivas:

$$\psi(x) = \begin{cases} Ax^2 e^{-ax} & \text{för } x > 0 \\ 0 & \text{för } x \leq 0 \end{cases}$$

a) Normera vågfunktionen, dvs bestäm konstanten A . [2 p]

b) Bestäm partikelns energi E . [1 p]

c) Bestäm potentialen U då $x > 0$. [1 p]

d) Bestäm potentialen U då $x < 0$. [1 p]

Följande integral kan vara användbar: $\int_0^\infty r^m e^{-br} dr = \frac{m!}{b^{m+1}}$.

3. Den kvantmekaniska lösningen för elektronens vågfunktion i väteatomen kan genom variabelseparation delas upp i tre delar: $\psi(r, \theta, \phi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi)$. Ekvationen för $\Phi(\phi)$ får då följande form:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} + k\Phi = 0,$$

där k är en reell konstant. Ta fram lösningen för $\Phi(\phi)$ och visa genom randvillkor hur det magnetiska kvanttalet m_l förhåller sig till k , samt visa vilka värden m_l kan anta baserat på denna ekvation. [5 p]

4. Ett rent rotationellt emissionsspektrum från molekylen CH^+ har uppmätts genom att observera nebulosan NGC 7027. De våglängder som detekterats är: 179.62 μm , 119.90 μm , 90.03 μm , 72.14 μm , 60.25 μm . Utgå till en början ifrån att molekylen är en rigid diatomär rotor.

a) Bestäm molekylen storlek, i termer av avståndet mellan jonerna, utifrån dessa data. [4 p]

b) Rotorn är inte exakt rigid. Vad kan de små variationerna i avståndet, som funktion av rotationsenergin, bero på? [1 p]

5. Fysikerna Johan och Lisa försöker i slutet av 1800-talet förstå den fotoelektriska effekten med hjälp av ett experiment. Johan har byggt en optisk uppställning som låter ljus med tre olika våglängder falla in mot en metallyta i vakuum. Då elektroner emitteras från metallytan så mäter Lisa deras maximala energi med hjälp av ett elektriskt fält och en strömmätare. För rött ljus med ljusvåglängden $\lambda_1 = 6535 \text{ Å}$ så ser Lisa inga elektroner alls. För grönt ljus med våglängden $\lambda_2 = 5266 \text{ Å}$ så mäter hon upp maximal elektronenergi till 0.0500 eV, och för blått ljus med våglängden

$\lambda_3 = 4266 \text{ \AA}$ så får hon $E_{e,\max}$ till 0.596 eV. Trots sina fina experimentella resultat så förstår Johan och Lisa inte alls hur den fotoelektriska effekten egentligen fungerar. Det tycker att det är konstigt att det röda ljuset inte ger några emitterade elektroner och de förstår inte sambandet mellan våglängden och elektronenergierna.

a) Beskriv för Johan och Lisa hur formalismen (sambandet mellan ljusvåglängden och elektronernas energi) ser ut och förklara speciellt varför det röda ljuset inte ger några elektroner alls. [1 p]

b) Använd Lisas elektrondata för att beräkna Plancks konstant. [3 p]

c) Beräkna metallens utträdesarbete i elektronvolt (eV). [1 p]

6. Nukliden Au-171 har den ovanliga egenskapen att den kan sönderfalla med antingen alfasönderfall, eller med s.k. protonemission. Denna senare sönderfallstyp fungerar på samma sätt som alfasönderfall, förutom att en proton lämnar kärnan, istället för en alfapartikel.

a) De två sönderfallstyperna (α resp. proton) är för Au-171 ungefär lika sannolika. Vilka är de två möjliga dotterkärnorna? [2 p]

b) Använd relevanta tabellerade massor för att beräkna Q-värdet för protonemissions-sönderfallet. Ange svaret i enheten MeV. [2 p]

c) Vid protonemission så får dotterkärnan en kinetisk rekylenergi. Beräkna denna kinetiska energi. [1 p]

7. En av de mest problematiska radioisotoperna nu några år efter kärnkraftsolyckan 2011 i Fukushima är ^{90}Sr , pga dess halveringstid på 28.9 år. Strontium-90 sönderfaller i två steg, först med β^- -sönderfall till ^{90}Y och sedan sönderfaller ^{90}Y i sin tur (också β^-) till ^{90}Zr (som är stabil). Nukliden ^{90}Y har halveringstiden 64.05 timmar. Betrakta ett prov med helt rent ^{90}Sr vid tiden $t = 0$, med aktivitet 10 mCi. Vid $t = 0$ så finns alltså ingen ^{90}Y i provet.

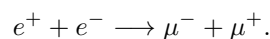
a) Beräkna tiden t_1 (i enheten år), då aktiviteten (från endast ^{90}Sr) har sjunkit till 1 mCi. [2 p]

b) Rita (för provet ifråga) upp aktiviteten $A_{Y90}(t)$ samt aktiviteten $A_{Sr90}(t)$ i samma plot, som två kurvor i intervallet från $t = 0$ till $t = 10$ dagar. Visa tydligt eventuella fallande, stigande, eller ungefär konstanta trender i de två kurvorna, och visa (använd samma skala på y -axeln) deras ungefärliga aktivitet i relation till varandra i detta tidsintervall. Det går att lösa uppgiften exakt m.h.a. en differentialekvation, men även lösningar av mer resonerande karaktär är tillåtna. [2 p]

c) Ge ett ungefärligt värde på A_{Y90} (uttryckt i mCi) vid tiden t_1 (alltså då $A_{Sr90} = 1 \text{ mCi}$). [1 p]

8. Vi tänker oss ett experiment designat så att elektroner (e^-) som är i vila i laboratoriet bombarderas av positroner (e^+) som har accelererats till hög hastighet med en accelerator.

Vid tillräckligt hög kinetisk energi för positronerna så är följande reaktion möjlig:



a) Betrakta först reaktionen från masscentrumsystemet (här markerat som 'cm'). Vilken kinetisk energi, $E_{k,\text{cm}}$, krävs hos positronen (tillsammans med samma kinetiska energi för elektronen) för att reaktionen ska vara möjlig? [1 p]

b) Betrakta nu experimentet från labsystemet. Beräkna den minsta kinetiska energi $E_{k,\text{lab}}$ (i labsystemet) som krävs för den inkommande positronen för att reaktionen ska kunna ske. [4 p]