

Tentamen i Hållfasthetslära grundkurs med energimetoder (SE1055), 21 augusti, 2020

Resultat finns på Mina Sidor senast den 18 september, 2020.

Hjälpmedel: Formelsamling i hållfasthetslära, matematisk handbok och räknedosa.

Examinator: Peter Gudmundson, 076 213 2254

OBS! Skriv endast på en sida av bladen.

Skriv tydligt namn, program och personnummer på varje blad.

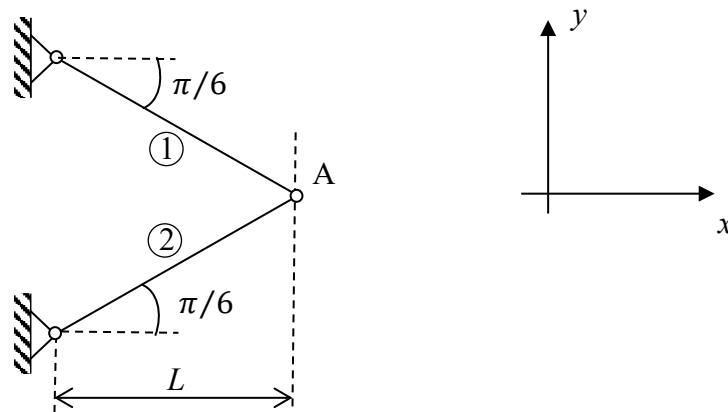
Rita gärna figurer i färg men ej med rödpenna.

Exakt metod ska användas för lösning om inte annat anges i uppgiften

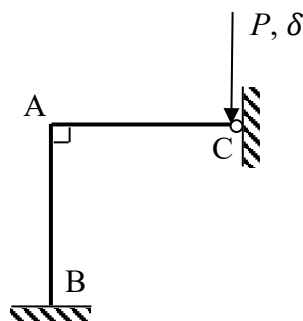
Betygsgränser: F: 0 - 11; FX: 12 - 13; E: 14 - 17; D: 18 - 21; C: 22 - 24; B: 25 - 28;

A: 29 - 40. FX = möjlig komplettering till E. Maximum 4 bonuspoäng.

1. Temperaturen höjs i stång 1 med ΔT . Stång 2 har konstant temperatur. Längdvidgningskoefficienten i materialet ges av α . Bestäm förskjutningen av punkten A i x- och y-led. (6p)

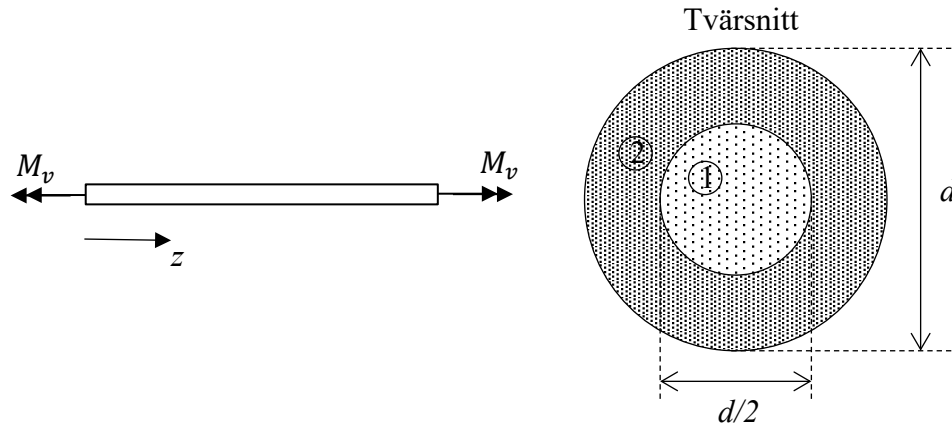


2. Två balkar med vardera längden L och böjstyvheten EI är sammansvetsade så att vinkeln $\pi/2$ i punkten A behålls under deformation, se figur. Stång 1 är fast inspänd vid punkten B. Punkten C kan glida i vertikal led och den kan fritt rotera. Bestäm förskjutningen δ av lastangreppspunkten för kraften P . (Balkarnas längdförändringar kan försummas.) (6p)

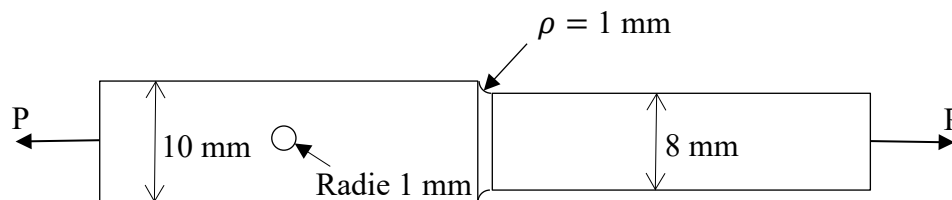


3. Töjningstillståndet i en punkt har bestämts till: $\epsilon_x = 0,002$, $\epsilon_y = 0,001$, $\epsilon_z = -0,002$, $\gamma_{xy} = 0,002$, $\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$. Materialet är linjärt elastiskt med E-modulen $E = 210 \text{ GPa}$ och Poissons tal $\nu = 0,3$. Beräkna effektivspänningen enligt Trescas hypotes. (6p)

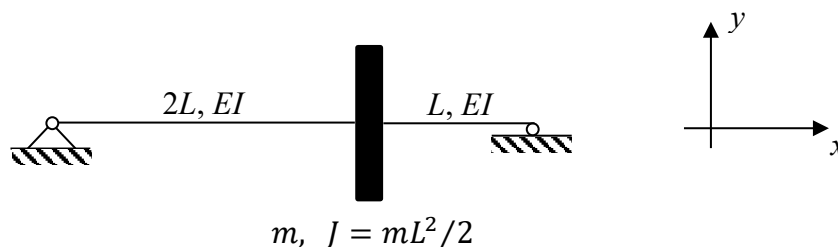
4. En stång med cirkulärt tvärsnitt belastas med ett vridande moment M_v som man vill bestämma. Tvärsnittet består av två material med skjuvmodulerna G_1 och G_2 , se figur. Skjuvningen $\gamma_{z\varphi}$ på den fria ytan av stången har experimentellt bestämts. Beräkna det vridande momentet M_v . (6p)



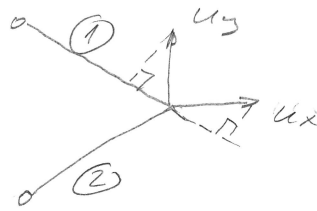
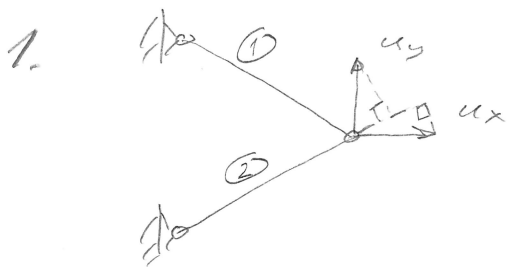
5. En lång stång med rektangulärt tvärsnitt (tjocklek 2 mm) belastas med en växlande kraft P (drag-tryck), se figur. I en viss position ändras bredden från 10 mm till 8 mm. Övergången karaktäriseras av en radie $\rho = 1$ mm, se figur. I den bredare delen av stången finns även ett hål i mitten med radien $\rho = 1$ mm. Hålet och radien i breddövergången har samma ytfinitet. Materialet är stål med brottgränsen $R_m = 1000$ MPa. Var är det störst risk för utmattningsbrott? Svaret måste motiveras med beräkningar. (6p)



6. Beräkna den lägsta egenvinkelfrekvensen för strukturen enligt figur. De masslösa balkarna har böjstyvheten EI och längderna $2L$ respektive L . Balkarna är fast inspända i en stel kropp med massan m och tröghetsmomentet $J = mL^2/2$ med avseende på rotation kring z -axeln. Tyngdpunkten för den stela massan ligger i centrumlinjen för balkarna. (Tjockleken av den stela kroppen kan försummas). (6p)

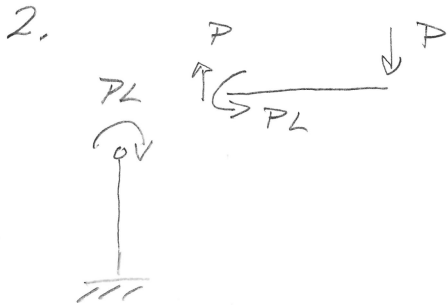


Förslag till lösningar, tentamen 2020-08-21



$$\begin{cases} \delta_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} u_x - \frac{1}{2} u_y \\ \delta_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} u_x + \frac{1}{2} u_y \end{cases}; \quad \delta_1 = \alpha \Delta T L_1 = \alpha \Delta T \frac{2}{\sqrt{3}} L$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u_x = \frac{1}{\sqrt{3}} \delta_1 = \frac{2}{3} \alpha \Delta T L \\ u_y = -\frac{2}{\sqrt{3}} \alpha \Delta T L \end{cases}$$



$$FS \text{ Tab. 31.3.3} \Rightarrow \theta_1 = \frac{PL^2}{4EI}$$

$$FS \text{ Tab. 31.2.5} \Rightarrow \theta_2 = \frac{PL^2}{3EI}$$

$$\delta = L(\theta_1 + \theta_2) = \frac{7PL^3}{12EI}$$

$$3. \quad FS \text{ 2.23} \Rightarrow \epsilon_1 = \frac{1}{2}(\epsilon_x + \epsilon_y) + R; \quad R = \left[\left(\frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2} \right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2} \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$\epsilon_2 = \frac{1}{2}(\epsilon_x + \epsilon_y) - R$$

$$\Rightarrow \epsilon_1 = \frac{3+\sqrt{3}}{2} \cdot 10^{-3}; \quad \epsilon_2 = \frac{3-\sqrt{3}}{2} \cdot 10^{-3}; \quad \epsilon_3 = -2 \cdot 10^{-3}$$

$$\epsilon_1 > \epsilon_2 > \epsilon_3$$

$$\sigma_{e,T} = \sigma_1 - \sigma_3 = \left\{ FS. 3.3 \right\} = \frac{E}{1+\mu} (\epsilon_1 - \epsilon_3) =$$

$$= \frac{70}{1.3} \left(\frac{3+\sqrt{3}}{2} + 2 \right) MPa = \underline{\underline{746 MPa}}$$

$$4. \quad FS \ 6.79 \Rightarrow \tau_{2\varphi} = G_2 \delta_{2\varphi} = G_2 u \frac{d}{2} \Rightarrow u = \frac{2}{d} \delta_{2\varphi}$$

$$M_V = M_1 + M_2 ; \quad FS \ 6.75 \Rightarrow M_1 = G_1 K_1 u ; \quad M_2 = G_2 K_2 u$$

$$FS \ 6.77 \Rightarrow K_1 = \frac{\pi}{32} \left(\frac{d}{2}\right)^4 ; \quad K_2 = \frac{\pi}{32} \left(d^4 - \left(\frac{d}{2}\right)^4\right) = \frac{\pi}{32} \frac{15d^4}{16}$$

$$\Rightarrow M_V = \frac{\pi d^3}{256} (G_1 + 15 G_2) \delta_{2\varphi}$$

$$5. \quad FS \ FB. \ 25.6 \Rightarrow \sigma_a < \frac{1}{K_r K_d K_f} \sigma_u$$

$$FS \ 25.3.2.2 \Rightarrow \lambda = 1, \quad K_d = 1$$

K_r samma för hål och radie

$$K_f = 1 + q(K_t - 1)$$

$$FS \ FB. \ 25.9 \Rightarrow q = 0.82$$

$$\text{Hål: } FS \ Tab \ 32.3.1 ; \quad \frac{r}{a} = 0.2, \quad \frac{B}{a} = 2 \Rightarrow K_t = 2.51$$

$$\sigma_{nom,h} = \frac{P_h}{(B-2r)h} = \frac{P_h}{bh} ; \quad \frac{P_h}{bh} < \frac{\sigma_u}{K_r (1 + 0.82(2.51 - 1))} = 0.447 \frac{\sigma_u}{K_r}$$

$$\text{Radie: } FS \ Tab \ 32.1.1 ; \quad \frac{s}{b} = \frac{1}{8} = 0.125, \quad \frac{B}{b} = \frac{10}{8} = 1.25$$

$$\Rightarrow K_t \approx 1.75 ; \quad \sigma_{nom,r} = \frac{P_r}{bh}$$

$$\frac{P_r}{bh} < \frac{\sigma_u}{K_r (1 + 0.82(1.75 - 1))} = 0.619 \frac{\sigma_u}{K_r}$$

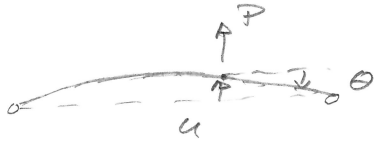
$$\Rightarrow P_h < 0.447 b \frac{\sigma_u h}{K_r} = P_{h,max}$$

$$P_r < 0.619 b \frac{\sigma_u h}{K_r} = P_{r,max}$$

$$\frac{P_{h,max}}{P_{r,max}} = \frac{0.447}{0.619} = 0.72$$

$\Rightarrow$ Hålet mest kritiskt

6.

FS Tab 31.3.2; $\alpha = \frac{2}{3}$, $\beta = \frac{1}{3}$

$$\Rightarrow \begin{cases} u = \frac{(3L)^3}{3EI} \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 P = \frac{4L^3}{9EI} P \\ \theta = \frac{(3L)^2}{3EI} \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) P = \frac{2L^2}{9EI} P \end{cases}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} u = \frac{(3L)^2}{3EI} \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) M = \frac{2L^2}{9EI} M \\ \theta = \frac{3L}{3EI} \left(1 - 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}\right) M = \frac{L}{3EI} M \end{cases}$$

Flexibilitätskoeffizienten: $\alpha_{11} = \frac{4L^3}{9EI}$; $\alpha_{12} = \alpha_{21} = \frac{2L^2}{9EI}$; $\alpha_{22} = \frac{L}{3EI}$ Massen: $m_1 = m$; $m_2 = \frac{1}{2} m L^2$

$$FS 11.22 \Rightarrow \frac{2}{\omega_1^2} = \frac{m L^3}{EI} \left[\frac{4}{9} + \frac{1}{6} + \left[\left(\frac{4}{9} - \frac{1}{6} \right)^2 + 4 \left(\frac{2}{9} \right)^2 \frac{1}{2} \right]^{1/2} \right]$$

$$\Rightarrow \omega_1 = 1.39 \sqrt{\frac{EI}{m L^2}}$$