

Tentamen i SE1055 Hållfasthetslära grundkurs med energimetoder 2018-06-01

Resultat finns på Mina Sidor senast 6/7 2018 kl. 17. Begäran av omprövning inom en månad.

Hjälpmedel: Formelsamling i hållfasthetslära, matematisk handbok och räknedosa.

Examinator: Bo Alfredsson, tel 790 7667

OBS!

Skriv endast på en sida av bladen.

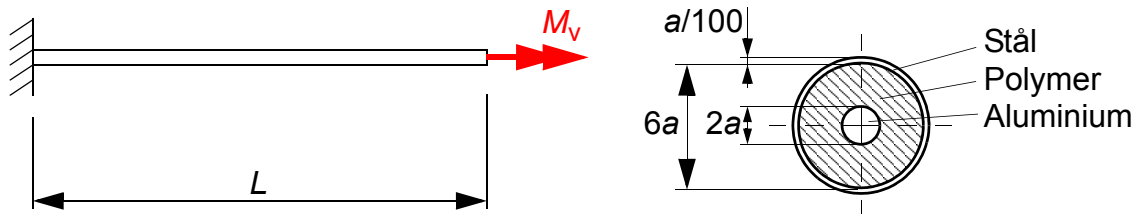
Skriv tydligt namn, program och personnummer på varje blad.

Rita gärna figurer i färg men ej med rödpenna.

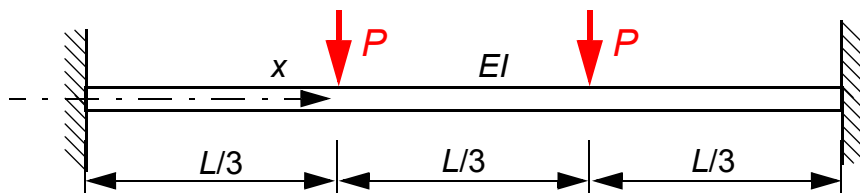
Exakt metod ska användas för lösning om inte annat anges i uppgiften

Betygsgränser: 0 - 11 ger F; 12 - 13 ger FX; 14 - 17 ger E; 18 - 21 ger D; 22 - 24 ger C; 25 - 28 ger B; 29 - 40 ger A. FX = möjlig komplettering till E.

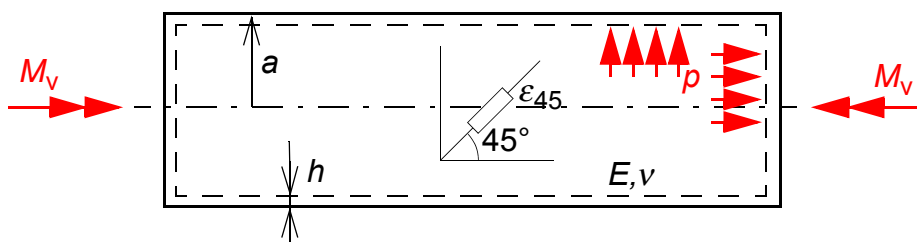
1. En elektrisk kabel (se figuren) består av en aluminiumledare, ett isolerande rör av polymer och ett skyddande tunnväggigt stålrör. Tvärsnittet är enligt figuren med radien a för aluminiumledaren, yterradien $3a$ för polymeren och godstjockleken $a/100$ hos stålröret utanför polymeren. Hur mycket förvrids kabeländan om den utsätts för ett vridande moment M_v ? Skjuvmodulerna är: $G_{\text{stål}} = 3 \cdot G$, $G_{\text{aluminium}} = G$ och $G_{\text{polymer}} = G/25$.



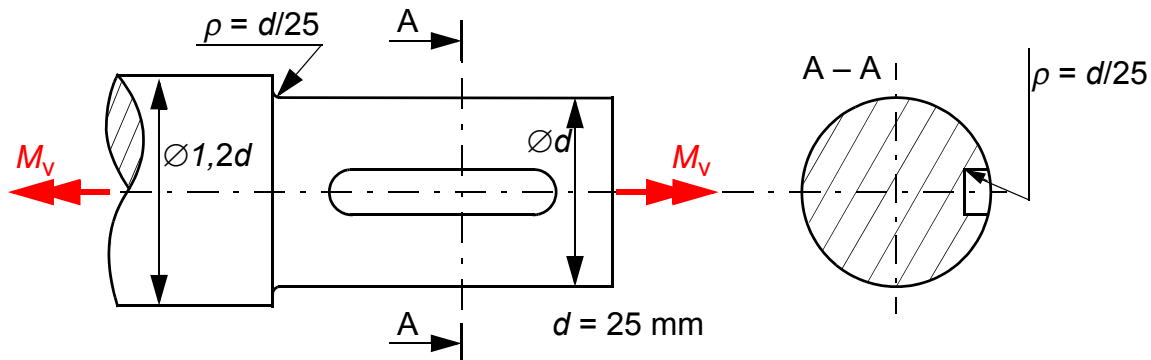
2. Den fast inspända balken i figuren utsätts för två punktkrafter P . Bestäm nedböjningen δ under krafterna, dvs vid $x = L/3$ och $2L/3$. Balken har böjstyvheten EI och längden L . (6p)



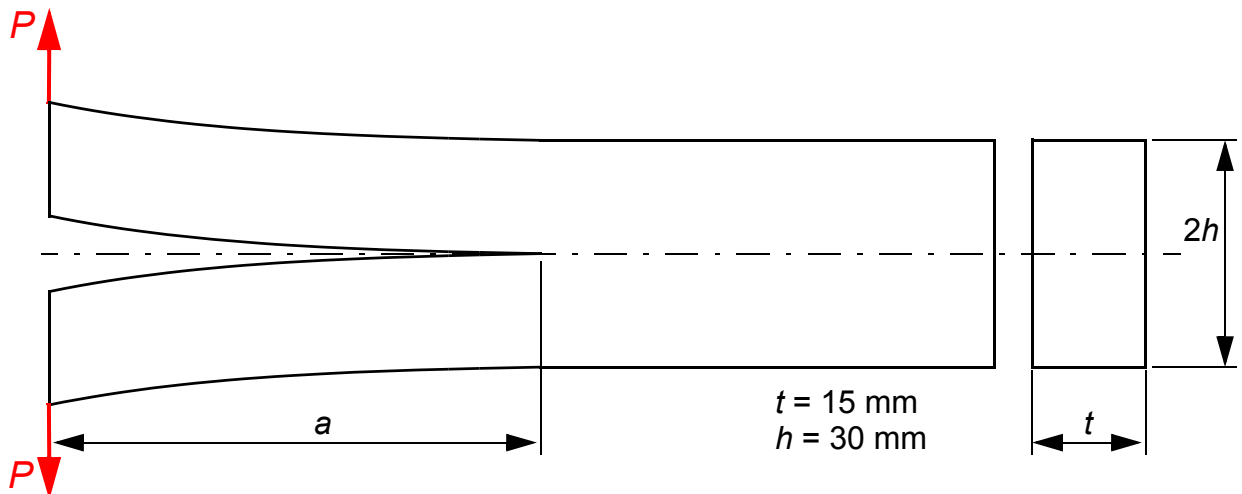
3. Ett slutet tunnväggigt rör med cirkulärt tvärsnitt, medelradie a , godstjocklek h , belastas med ett vridmoment M_v och ett inre övertryck p . Övertrycket är känt. För att bestämma det vridande momentet mättes töjningen i 45° till $\epsilon_{45} = pa/(Eh)$ (Notera att både p och M_v gav detta ϵ_{45}). Bestäm M_v . (6p)



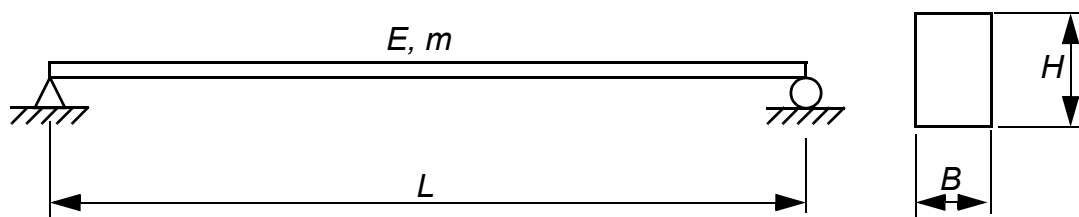
4. En axelände i figuren med cirkulärt tvärsnitt överför ett vridmoment $M_v = M_{v,m} \pm M_{v,a}$, där $M_{v,m} = 550 \text{ Nm}$, via ett kilspår och en diameterändring (anvisning eller notch). Bestäm $M_{v,a}$ om säkerheten mot utmattning i amplitudled ska vara $n_u = 3$. Materialet är stål 141650-01 med brottspänningen $\tau_B = \sigma_B/2$ och ytfinheten $R_a = 10 \text{ }\mu\text{m}$. (6p)

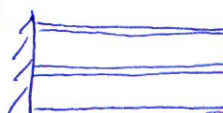


5. En DCB (Double cantilever beam) används i ett spricktillväxtprov. Materialet är SIS 2309 anlöp vid 550°C . Startspricklängden $a_0 = 50 \text{ mm}$. Bestäm antal cykler till kritisk spricklängd då lasten är $P = P_0 \cdot (1,2 + \sin(\omega t))$ där $P_0 = 6000 \text{ N}$. (6p)



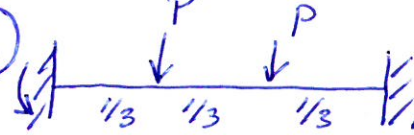
6. Den fritt upplagda balken i figuren har homogent fördelad total massa m (densiteten är ρ) längd L , elasticitetsmodul E och rektangulärt tvärsnitt $B \times H$. Den lägsta egenfrekvensen ω_{e1} hos balken behöver höjas till det dubbla värdet $2 \cdot \omega_{e1}$. Hur ska tvärsnittet ändras om massan ska vara oförändrad och tvärsnittet fortfarande ska vara rektangulärt? (6p)



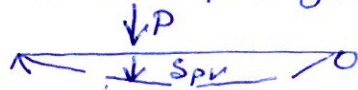
①  $M_{va} + M_{vp} + M_{vs} = M_v$ FS 6.75
 $\Theta_a = \Theta_p = \Theta_s = \Theta$ $M_{vi} = \frac{G_i K_i}{L} \Theta$

$\Rightarrow \frac{\Theta}{L} (G_a K_a + G_p K_p + G_s K_s) = M_v$ FS 6.77 $K_a = \frac{\pi}{2} a^4$, $K_p = 40\pi a^4$

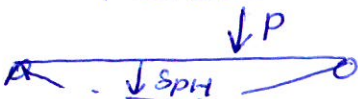
FS 6.80 $K_s = \frac{54\pi a^4}{100} \Rightarrow \Theta = \frac{M_v L}{\pi a^4 G \left(\frac{1 \cdot 25}{2 \cdot 25} + \frac{40 \cdot 2}{25 \cdot 2} + \frac{3 \cdot 27}{50} \right)} = \frac{25 M_v L}{93 \pi a^4 G} = \Theta$

②  FS Tab 31.3.4 för M
 $M = PL \left(\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^2 + \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^2 \right) = \frac{2}{9} PL$

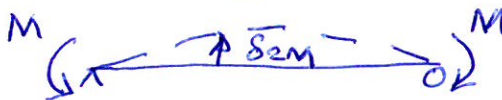
Tre lastfall ger δ vid en kraft: $\delta_{pv} + \delta_{ph} - \delta_{2M}$ FS Tab 31.2.1/5



$\delta_{pv} = \frac{PL^3}{3EI} \frac{1}{3^2} \frac{2^2}{3^2} = \frac{4PL^3}{243EI}$



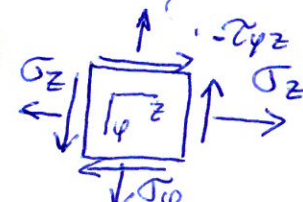
$\delta_{ph} = \frac{PL^3}{6EI} \frac{1}{3} \left[\left(1 - \frac{1}{9} \right) \frac{1}{3} - \frac{1}{27} \right] = \frac{7PL^3}{486EI}$



$\delta_{2M} = \frac{ML^2}{2EI} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{9} \right) = \frac{2PL^3}{81EI}$

$\Rightarrow \delta = \delta_{pv} + \delta_{ph} - \delta_{2M} = \frac{PL^3}{486EI} (8 + 7 - 12)$

$\Rightarrow \delta = \frac{PL^3}{162EI}$

③  FS 7.31 $\sigma_\varphi = \frac{pa}{h}$, $\sigma_z = \frac{pa}{2h}$, $\tau_{\varphi z} = \frac{M_v}{2\pi a^2 h}$
 FS 6.81 $\sigma_\varphi = \frac{pa}{h}$, $\sigma_z = \frac{pa}{2h}$, $\tau_{\varphi z} = \frac{M_v}{2\pi a^2 h}$
 FS 2.21 $\epsilon_{45} = \epsilon_x \frac{1}{2} + \epsilon_y \frac{1}{2} + \gamma_{xy} \frac{1}{2} \Rightarrow \gamma_{xy} = 2\epsilon_{45} - \epsilon_x - \epsilon_y$

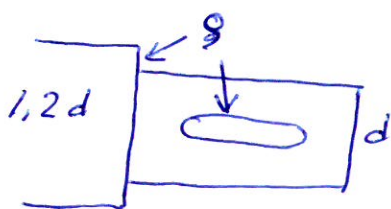
FS 3.4 $\epsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y) = \frac{pa}{Eh} \left(\frac{1}{2} - \nu \right)$

$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$, $\gamma_{xy} = \frac{M_v 2(1+\nu)}{2\pi a^2 Eh}$

FS 3.2 $\epsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x) = \frac{pa}{Eh} \left(1 - \frac{\nu}{2} \right)$

$\Rightarrow M_v = \frac{\pi a^2 Eh}{1+\nu} \left(2\epsilon_{45} - \frac{pa}{2Eh} \left(1 - 2\nu + 2 - \nu \right) \right) = \left\{ \epsilon_{45} = \frac{pa}{Eh} \right\} = \frac{\pi pa^3}{(1+\nu)2} (1+3\nu)$

4



FS 32.7/5

$$\left. \begin{aligned} K_{t, \text{notch}} \left(\frac{D}{d} = 1,2, \frac{s}{d} = 0,04 \right) &= 1,67 \\ K_{t, \text{kil}} \left(\frac{s}{d} = 0,04 \right) &= 2,32 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &K_{t, \text{kil}} > K_{t, \text{notch}} \\ &\text{kilen dimension-} \\ &\text{erande!} \end{aligned}$$

1650-01 FS 33.1.7: $\sigma_B = 640 \text{ MPa} \Rightarrow \tau_B = 320 \text{ MPa}$

$\tau_{sv} = 220 \text{ MPa}$

$\tau_{uv} = 150 \text{ MPa} \cdot \tau_{uvp} = 150 \pm 150 \text{ MPa}$

K_f : FS 25.4 $K_f = 1 + q \cdot (K_t - 1)$ } $K_f = 1,964 \approx 2,0$
 FS fig 25.9 $q(\sigma_B, s) = 0,73$

K_r : FS fig 25.11 $(\sigma_B, R_a = 10 \mu\text{m})$ $\frac{1}{K_r} = 0,81 \approx 0,8$

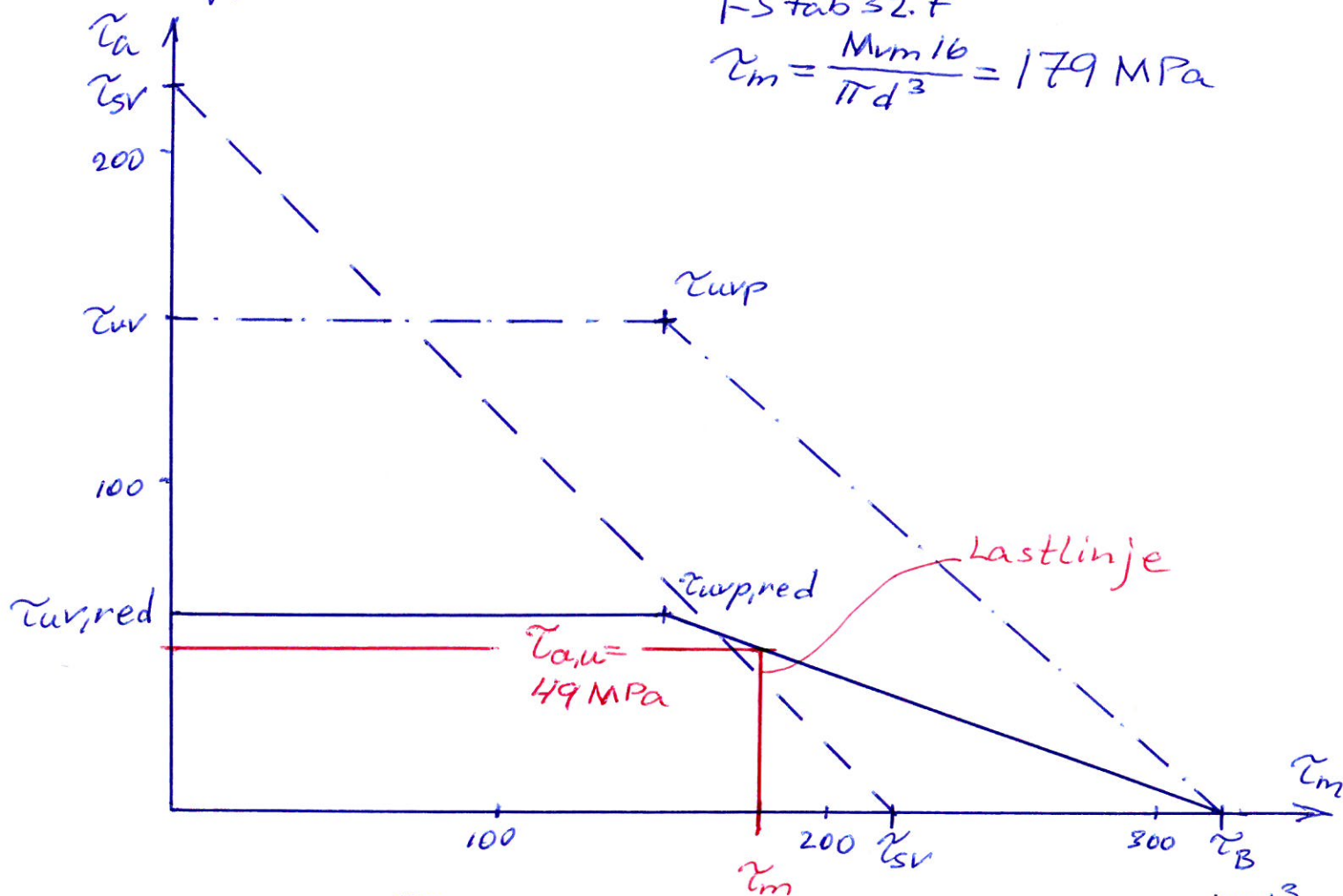
$s = 1 \text{ mm}$
 $M_{vm} = 550 \text{ Nm}$
 $d = 25 \text{ mm}$

$\tau_{uv, \text{red}} = 60 \text{ MPa}$

$\tau_{uvp, \text{red}} = 150 \pm 60 \text{ MPa}$

FS tab 32.7

$\tau_m = \frac{M_{vm} 16}{\pi d^3} = 179 \text{ MPa}$



$\tau_{a, \text{till}} = \frac{\tau_{a, u}}{n_u} = 16,3 \text{ MPa} \Rightarrow M_{va, \text{till}} = \tau_{a, \text{till}} \frac{\pi d^3}{16}$

$M_{va, \text{till}} = 50 \text{ Nm}$

$M_{v, \text{till}} = 550 \pm 50 \text{ Nm}$

5

FS Kap 23.10.12

FS Tab 33.6.3

$n = 2,8$

$$K_I = \frac{2\sqrt{3} P}{t h^{3/2}} a$$

SIS 2309 (550°)

$$C = 9,77 \cdot 10^{-12}$$

$\sigma_s = 1240 \text{ MPa}$

$$K_{Ic} = 61 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$$

$K_{Ic} = 48 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$

$$c_6 = 10^{-6} \text{ m/cykel}$$

$$P_{\max} \Rightarrow a_{cr}$$

$$P = (1,2 \pm 1) P_0$$

$$a_{cr} = \frac{K_{Ic} t h^{3/2}}{2\sqrt{3} \cdot 2,2 P_0} = 0,0818 \text{ m} = 81,8 \text{ mm}$$

$$t = 15 \text{ mm}$$

$$h = 30 \text{ mm}$$

$$a_0 = 50 \text{ mm}$$

$$\frac{da}{dN} = C_6 \left(\frac{\Delta K_I}{K_{Ic}} \right)^n = C_6 \left(\frac{2\sqrt{3} 2 P_0}{t h^{3/2} K_{Ic}} a \right)^n$$

$$\int_{a_0}^{a_{cr}} \frac{da}{a^n} = \frac{1}{1-n} \left(a^{1-n} \right)_{a_0}^{a_{cr}} = \frac{1}{1-n} \left(a_{cr}^{1-n} - a_0^{1-n} \right) = \frac{C_6 (4\sqrt{3} P_0)^n}{(t h^{3/2} K_{Ic})^n} N$$

$$N = \frac{(t h^{3/2} K_{Ic})^n}{C_6 (4\sqrt{3} P_0)^n (1-n)} \left(a_{cr}^{1-n} - a_0^{1-n} \right) =$$

$$= \frac{(0,015 \cdot 0,030^{3/2} 61 \cdot 10^6)^{2,8}}{10^{-6} (4\sqrt{3} 6000)^{2,8} (1-2,8)} \left(0,0818^{-1,8} - 0,050^{-1,8} \right) \Rightarrow$$

$$N = 165.608 \text{ cykler}$$

$$N = 165 \text{ kcyklen}$$

Kontroller:

$$\text{ASTM: } l_{\min} \geq 2,5 \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_f} \right)^2 = 3,7 \text{ mm} < h, t, a \text{ - ok}$$

N-jäm för med konst $\frac{da}{dN}$

$$\left. \frac{da}{dN} \right|_{N=1} = C_6 \left(\frac{4\sqrt{3} P_0}{t h^{3/2} K_{Ic}} a_0 \right)^n = 98,5 \cdot 10^{-9} \frac{\text{m}}{\text{cykel}} \Rightarrow \frac{\Delta a}{\left. \frac{da}{dN} \right|_{N=1}} = 323 \text{ kcykl}$$

$$\left. \frac{da}{dN} \right|_{N_{\text{end}}} = C_6 \left(\frac{4\sqrt{3} P_0}{t h^{3/2} K_{Ic}} a_{cr} \right)^n = 391 \cdot 10^{-9} \frac{\text{m}}{\text{cykel}} \Rightarrow \frac{\Delta a}{\left. \frac{da}{dN} \right|_{N_{\text{end}}}} = 81 \text{ kcykl}$$

$$81 < N < 323 \text{ kcykler - ok}$$

⑥

FS Tab 11.2, 6

FS Tab 30.1.1

$$\omega_{ei} = \pi^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^3}}$$

$$I = \frac{BH^3}{12}, m = \rho BHL$$

$$\omega_{ei} = \pi^2 \sqrt{\frac{EBH^3}{12\rho BHL^4}} = \pi^2 \sqrt{\frac{E}{12\rho L^4}} H \quad \text{oberoende av } B!$$

$$\omega_{ei|_{ny}} = \omega_{ei|_{\text{gammat}}} \cdot 2 \Rightarrow \boxed{H_{ny} = 2H}$$

Oförändrad massa $m_{ny} = m_{\text{gammat}} \Rightarrow B_{ny} H_{ny} = BH$

$$\boxed{B_{ny} = \frac{B}{2}}$$