

SK1104 Klassisk fysik

Lösningförslag till tentamen

Onsdagen den 3 april, 2024, 14:00-16:30

Del A - 1p per deluppgift

1. a) När två koherenta vågor överlagras, adderas amplituderna och det gäller att den resulterande amplituden är

$$A_{tot}^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\phi \quad \Rightarrow \quad I_{tot} = (A_1 + A_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \cos \Delta\phi)$$

eftersom intensiteten är proportionell mot amplituden i kvadrat. I vårt fall är $I_1 = I_2 = I_0$, varför vi har att

$$I_{tot} = I_0 + I_0 + 2I_0 \cos \frac{\pi}{8} = I_0 \cdot \left(2 + 2 \cos \frac{\pi}{8}\right) = 3,85I_0$$

b) Den andel av radiovågen som reflekteras anges av reflektansen

$$R = \frac{I_r}{I_i} = \left(\frac{n_1 - n_0}{n_1 + n_0}\right)^2$$

där $n_0 = 1,00$ är luftens brytningsindex och $n_1 = 9,0$ är vattnets brytningsindex. Detta betyder att den andel som når fram till en mottagare under vattenytan är

$$T = \frac{I_t}{I_i} = 1 - R = 1 - \left(\frac{n_1 - n_0}{n_1 + n_0}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad T = 1 - \left(\frac{9,0 - 1,0}{9,0 + 1,0}\right)^2 = 0,36$$

c) Enligt Rayleighs upplösningsskriterium, kan två avlägsna objekt nätt och jämnt upplösas om vinklen till objekten ges ur relationen

$$\sin \theta = 1,22 \frac{\lambda}{D} \quad \Rightarrow \quad D = \frac{1,22\lambda}{\sin \theta}$$

där $\lambda = 550$ nm är våglängden och D är diametern hos teleskopet. Vinklen θ är upplösningvinkeln sett från teleskopet och ges för små vinklar av att

$$\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{d}{L} \approx \theta$$

där d är avståndet mellan objekten och L är avståndet från teleskopet till objekten. Vi får således att

$$D = \frac{1,22\lambda L}{d}$$

Numeriskt ger detta att

$$D = \frac{1,22 \cdot 550 \cdot 10^{-9} \cdot 10 \cdot 9,461 \cdot 10^{15}}{2,0 \cdot 10^{11}} \text{ m} = 32 \text{ cm}$$

Del B - 4p per uppgift

2. För att stråle 2 helt ska släckas ut krävs att det ljus som faller in mot den nedre ytan hos glasplattan faller in under Brewstervinkeln mot gränsytan mellan glas och luft. Enligt Fresnels formler måste det så detta fallet gälla att

$$\tan(\theta_i + \theta_b) = \infty \quad \Rightarrow \quad \theta_i + \theta_b = 90^\circ$$

vilket enligt brytningslagen leder till

$$n \cdot \sin \theta_b = n_0 \sin \theta_i = n_0 \sin(90^\circ - \theta_b) = \cos \theta_b \quad \Rightarrow \quad \tan \theta_b = \frac{n_0}{n}$$

Insättning av värden ger att:

$$\theta_b = \arctan\left(\frac{1,00}{1,58}\right) = 32,33^\circ$$

Enligt brytningslagen har vi sedan att

$$\theta_1 = \arcsin\left(\frac{1,58 \cdot \sin 32,33^\circ}{1,00}\right) = 57,67^\circ$$

Enligt Fresnels formler är det enbart den komponent som är polariserad parallellt med infallsplanet som helt kan släckas ut, varför det infallande ljuset måste vara linjärpolariserat med polarisationsriktningen parallellt med infallsplanet. Om så är fallet, kommer det även gälla att $\theta_i + \theta_b = 90^\circ$ vid den övre yta, så även stråle 1 kommer att helt släckas ut. Därför reflekteras ingen intensitet bort och hela den infallande intensiteten kommer att transmittas ut genom den undre glasytan.

3. Skillnaden i ljudintensitetsnivå beror på Dopplereffekten. Vi börjar med att beräkna ljudfarten vid de givna förhållandena

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{1,40 \cdot 8,314 \cdot 303,15}{28,8 \cdot 10^{-3}}} \text{ m/s} = 350 \text{ m/s}$$

Intensiteten hos en ljudvåg kan beräknas från ekvationen

$$I = \frac{1}{2} Z \cdot (\omega A)^2$$

där $Z = \rho v$ är den akustiska impedansen, $\omega = 2\pi f$ är vinkelfrekvensen och A är vågens amplitud. I de båda fallen som vi intresserar oss för i uppgiften är det enbart frekvensen f som ändras, varför vi får att

$$I \propto f^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2$$

där index 1 motsvarar att brandbilen närmar sig åhöraren och index 2 motsvarar att brandbilen avlägsnar sig från åhöraren. Frekvensen som en åhörare uppfattar när en källa sänder ut en signal med frekvensen f_0 samtidigt som den rör sig i förhållande till åhöraren är

$$f' = f_0 \cdot \frac{v}{v \pm v_s} \quad \Rightarrow \quad f_1 = f_0 \cdot \frac{v}{v - v_s} \quad \text{och} \quad f_2 = f_0 \cdot \frac{v}{v + v_s}$$

Detta ger oss att

$$\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 = \left(\frac{v+v_s}{v-v_s}\right)^2$$

Skillnaden i ljudintensitetsnivå mellan de båda fallen blir enligt definitionen av ljudintensitetsnivå

$$\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} - 10 \log \frac{I_2}{I_0} = 10 \log \frac{I_1}{I_2} = 20 \log \left(\frac{v+v_s}{v-v_s}\right)$$

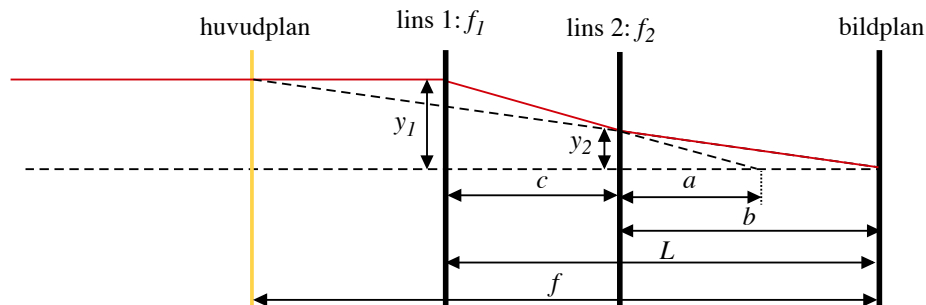
Insättning av värden ger att

$$\Delta\beta = 20 \log \left(\frac{350 + \frac{95}{3,6}}{350 - \frac{95}{3,6}} \right) \text{ dB} = 1,3 \text{ dB}$$

4. För att få ett teleobjektiv där det bildas en bild bakom de båda linserna, krävs att strålen först bryts ihop via denna konvergerande linsen med fokallängden +120 mm innan den träffar den divergerande linsen med fokallängden -120 mm. För att designa teleobjektivet använder vi oss av parallella infallande strålar. Efter den andra linsen ska strålarna fokuseras i kamerans bildplan för att skapa en skarp bild. Linsformeln på den första linsen ger att:

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_1} = \frac{1}{f_1} \Rightarrow \frac{1}{\infty} + \frac{1}{s'_1} = \frac{1}{120 \text{ mm}} \Rightarrow s'_1 = 120 \text{ mm}$$

Låt avståndet mellan de båda linserna vara c . För att strålen bakom den andra linsen inte ska divergera utan istället fokuseras i kamerans bildplan, måste vi ha att $0 < c < 120 \text{ mm}$, vilket ger nedanstående principiella figur.



I denna figur har vi satt att $a = s'_1 - c$ är objektavståndet till den andra linsen och att b är avståndet mellan den bakre linsen och kamerans bildplan, vilket är samma sak som bildavståndet från den andra linsen. Linsformeln på den andra linsen ger därför att

$$\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1}{f_2} \Rightarrow \frac{1}{-a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{-120 \text{ mm}}$$

Eftersom teleobjektivet totala fokallängd är fixerat till $f = 240 \text{ mm}$, ska en tänkt stråle som bryts från detta avstånd ge exakt samma utgående stråle

som från den andra linsen i teleobjektivet. Det tänkta plan där detta sker utgör teleobjektivets främre huvudplan, vilket är markerat i figuren. Med hjälp av likformiga trianglar i figuren får vi följande två relationer:

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{a+c}{a} = \frac{s'_1}{a} \quad ; \quad \frac{y_1}{y_2} = \frac{f}{b} \quad \Rightarrow \quad b = \frac{f}{s'_1} a$$

Eftersom vi redan vet att $s'_1 = 120$ mm och $f = 240$ mm, har vi att $b = 2a$. Insättning i linsekvationen för den andra linsen ger då att

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{2a} = \frac{1}{120 \text{ mm}} \quad \Rightarrow \quad a = 60 \text{ mm}$$

Av detta följer att

$$b = 2a = 120 \text{ mm} \quad ; \quad c = s'_1 - a = 60 \text{ mm} \quad ; \quad L = b + c = 180 \text{ mm}$$

Sammanfattningsvis ska den negativa linsen placeras 120 mm framför bildplanet och den positiva linsen ska placeras 180 mm framför bildplanet. Det sistnämnda avståndet blir också teleobjektivets totala längd.